Umgang mit Lernheterogenität auf der Sekundarstufe 1 mit Hilfe von Neuen Medien

Beispiel Satz des Pythagoras

Master Thesis

zur Erlangung des akademischen Grades

Master of Arts (MA)

Universitätslehrgang "eEducation"

eingereicht am

Departement für Interaktive Medien und Bildungstechnologien

Donau-Universität Krems

von

Daniel Boller

Krems, Februar 2013

Betreuer: Prof. Dr. Stefan Keller

Eidesstattliche Erklärung

Ich, Daniel Boller, geboren am 10. Mai 1977 in Zürich, erkläre,

1. dass ich meine Master Thesis selbstständig verfasst, andere als die angegebenen Quellen und Hilfsmittel nicht benutzt, und mich auch sonst keiner unerlaubten Hilfen bedient habe,
2. dass ich meine Master Thesis bisher weder im In- noch im Ausland in irgendeiner Form als Prüfungsarbeit vorgelegt habe,
3. dass ich, falls die Arbeit mein Unternehmen betrifft, meinen Arbeitgeber über Titel, Form und Inhalt der Master Thesis unterrichtet und sein Einverständnis eingeholt habe.

_____ _____

Ort, Datum Unterschrift

Abstract

Die Heterogenität der Lernenden wird von vielen Lehrpersonen als grösste Berufserschwernis angesehen. Die Homogenisierungsversuche durch äussere Differenzierung (Jahrgangsklassen, Niveau-Schultypen, Förderunterricht) erreichen ihr Ziel bisher nicht und wirken sich teilweise negativ auf das Lernverhalten der Lernenden aus. Die unterschiedlichen Voraussetzungen der Lernenden müssen jedoch kein Hindernis für den Schulunterricht sein, sondern können helfen, den individuellen Lernprozess aufzuwerten. Gefragt ist ein didaktisch kreativer Umgang mit Heterogenität. Werkzeuge aus dem Bereich der Neuen Medien bieten dafür eine Vielzahl von Möglichkeiten. Diese Master Thesis geht am Beispiel des Satzes des Pythagoras der Frage nach, wie Neue Medien helfen können, der Lernheterogenität auf der Sekundarstufe 1 Rechnung zu tragen und diese als Potenzial zu nutzen. Ausgehend von theoretischen Überlegungen zu Neuen Medien, zum Lerngegenstand und zur Heterogenität, wird schrittweise ein Vorschlag für die Gestaltung einer Lernumgebung ausgearbeitet und didaktisch begründet.

Die Ergebnisse aus der vorliegenden Arbeit zeigen, dass Werkzeuge aus dem Bereich der Neuen Medien besonders in Bezug auf die Förderung von individuellen Lernwegen, die Selbstreflexion und den Dialog zwischen den Lernpartnern, einen Mehrwert für den konstruktiven Umgang mit Heterogenität bieten. Mit Hilfe eines Lern-Management-Systems (LMS) auf der Seite der Lehrperson und eines E-Portfolios auf jener der Lernenden, kann dieses Potenzial in einer Lernumgebung, wie jener zum Satz des Pythagoras, gezielt genutzt werden.

Abstract

The heterogeneity of the learners is considered by many teachers as the chief difficulty of their profession. The efforts to homogenize the learners through external differentiation (age-group classes, level schools, special tuition) have not reached their goal and sometimes even have a negative impact on the learning behaviour of the students. The diverging qualifications of the learners do not need to hinder the teaching, but can help to enhance the individual learning process. What is needed is a didactically creative approach to heterogeneity. New media tools offer a large number of possibilities for this. On the example of the Pythagorean theorem this master thesis considers the question of how new media can help to deal with learning heterogeneity at secondary school level 1 and even use it as a potential. Based on theoretical considerations on new media, the learning object and the heterogeneity, a proposal for a learning environment is gradually developed and didactically justified.

The results of this study show that new media tools provide added value for a constructive approach to heterogeneity, especially in relation to fostering individual paths to educational success, as well as self-reflection and the dialogue between the learning partners. By means of a Learning Management System (LMS) on the teacher's side as well as an e-portfolio on the learner's side these potentials can specifically be utilised in a learning environment, such as the one about the Pythagorean theorem.

Inhaltsverzeichnis

Vorwort 6

1 Einleitung 7
1.1 Ausgangssituation 7
1.2 Zielsetzungen 8
1.3 Aufbau der Arbeit 9

2 Neue Medien im Unterricht 11
2.1 Potenziale Neuer Medien im Unterricht der Sekundarstufe 1 12
2.1.1 Multimedialität 12
2.1.2 Hypertext 13
2.1.3 Neue Interaktionsmöglichkeiten (Web 2.0) 15
2.1.4 Verfügbarkeit 16
2.2 Herausforderungen Neuer Medien im Unterricht 17
2.3 Fazit 18

3 Der Satz des Pythagoras auf der Sekundarstufe 1 19
3.1 Der Mathematikunterricht und seine Ziele 19
3.1.1 Arten mathematischen Wissens 19
3.1.2 Aneignung von mathematischem Wissen 20
3.1.3 Förderung überfachlicher Kompetenzen im Mathematikunterricht 22
3.2 Der Satz des Pythagoras 23
3.3 Der Satz des Pythagoras als Schulstoff der Sekundarstufe 1 24
3.3.1 Inhaltliche Vielfalt des Satzes des Pythagoras 24
3.3.2 Der Satz des Pythagoras und die Ziele des Mathematikunterrichts 25

4 Heterogenität in der Schule 27
4.1 Zunehmende Heterogenität als gesellschaftliches Phänomen 27
4.2 Heterogenität in der Schule – Ein Problem? 28
4.3 Heterogene Voraussetzungen der Lernenden 29
4.3.1 Vorwissen 30
4.3.2 Lernhaltung (Motivation) 30
4.3.3 Metakognitives Wissen und Lernstrategien 31
4.4 Umgang mit Heterogenität in der Schule 32
4.4.1 Passive Reaktionsform 32
4.4.2 Substitutive Reaktionsform 32
4.4.3 Aktive Reaktionsform 33
4.4.4 Proaktive Reaktionsform 34

4.5 Umgang mit Heterogenität aus lernpsychologischer Sicht ... 35
4.5.1 Individueller Lernprozess ... 36
4.5.2 Sozialer Lernprozess ... 37
4.6 Fazit und Didaktische Entwicklungsaufgaben ... 38

5 Lernumgebung zum Satz des Pythagoras ... 39
5.1 Inhaltliche und organisatorische Struktur der Lernumgebung ... 39
5.1.1 Einstieg ... 40
5.1.2 Problembasierter Aufbau des Satzes des Pythagoras ... 43
5.1.3 Festigung der gefundenen Gesetzmässigkeit ... 45
5.1.4 Pythagoras und mathematisches Beweisen ... 48
5.1.5 Üben und Anwenden ... 53
5.1.6 Reflexion und Festhalten der wichtigsten Erkenntnisse ... 55
5.2 Soziale Organisation ... 57
5.2.1 Interaktion mit sich selber ... 57
5.2.2 Interaktion mit den Mitlernenden ... 61
5.2.3 Interaktion mit der Lehrperson ... 64
5.3 Leistungsbewertung ... 68

6 Neue Medien in der Lernumgebung zum Satz des Pythagoras ... 71
6.1 Gestaltung der Lernumgebung zum Satz des Pythagoras mit Neuen Medien ... 71
6.2 Lernumgebung zum Lerngegenstand ... 74
6.2.1 Didaktische Grundüberlegungen ... 74
6.2.2 Werkzeug: Lern-Management-System (LMS) ... 77
6.2.3 Einsatzbereiche in der Lernumgebung zum Satz des Pythagoras ... 79
6.3 Persönliche Lernumgebung der Lernenden ... 85
6.3.1 Didaktische Grundüberlegungen ... 85
6.3.2 Werkzeug: Weblog in einem E-Portfolio ... 86
6.3.3 Einsatzbereiche in der Lernumgebung zum Satz des Pythagoras ... 88
6.4 Dialog ... 91
6.4.1 Didaktische Grundüberlegungen ... 91
6.4.2 Werkzeug: E-Portfolio ... 92
6.4.3 Einsatzbereiche in der Lernumgebung zum Satz des Pythagoras ... 94

7 Zusammenfassung und Ausblick ... 97

Literaturverzeichnis ... 101

Abbildungsverzeichnis ... 109

Vorwort

Als Lehrperson der Sekundarstufe 1 habe ich im Zusammenhang mit dem eEducation-Studium an der Donau-Universität in Krems begonnen, Neue Medien vermehrt im Unterricht einzusetzen. In Bezug auf den Umgang mit Heterogenität hat die Schulbehörde der Schulgemeinde, in der ich derzeit unterrichte, vor Kurzem beschlossen, auf eine flächendeckende Ausdehnung der äusseren Differenzierung mit Niveauunterricht in einzelnen Fächer zu verzichten und stattdessen vermehrt auf innere Differenzierung zu setzen. Ein konkretes Konzept dazu fehlt jedoch noch und soll in den nächsten Jahren von den einzelnen Schulhausteams ausgearbeitet werden. So entstand die Idee, die beiden Bereiche im Rahmen der Master Thesis zu verknüpfen und zu überlegen, in welcher Form Neue Medien einen Betrag zum konstruktiven Umgang mit Lernheterogenität leisten können.

Das Schreiben einer wissenschaftlichen Arbeit in diesem Umfang wäre nicht möglich gewesen ohne die wertvolle Unterstützung von verschiedenen Personen: Bedanken möchte ich mich bei meinem Betreuer Prof. Dr. Stefan Keller für seine Unterstützung. Speziell in Bezug auf das Eingrenzen des Themas und den inhaltlichen Aufbau konnte ich immer wieder von seinen wertvollen Hinweisen profitieren. Ein Dank geht auch an mein schulisches Umfeld, welches mir ermöglicht hat, mein Unterrichtspensum zu reduzieren, um den Fokus stärker auf die Master Thesis ausrichten zu können. Zum Schluss möchte ich mich bei meiner Familie und meinem Freundeskreis ganz herzlich bedanken, die in dieser Zeit viel Verständnis aufbrachten, mich immer wieder motivierten und in vielen Bereichen entlasteten.

1 Einleitung

1.1 Ausgangssituation

> "Die Verschiedenheit der Köpfe ist das grosse Hindernis aller Schulbildung. Darauf nicht zu achten ist der Grundfehler aller Schulgesetze." (Herbart 1843:389)

Was Herbart bereits vor mehr als 150 Jahren beschrieb, hat heute nicht an Aktualität verloren und stellt eine der zentralen Herausforderungen für Lehrpersonen dar (vgl. Buholzer & Kummer-Wyss 2010:7). Lehrperson der Volksschule haben tagtäglich den Auftrag, 15 bis 30 Lernenden, die sich in ihren Lernbedürfnissen und -voraussetzungen zum Teil erheblich unterscheiden, Wissen weiterzugeben. So steht beispielsweise im Volksschulgesetz des Kantons Zürich im zweiten Paragraf: "Die Volksschule vermittelt grundlegende Kenntnisse und Fertigkeiten; sie führt zum Erkennen von Zusammenhängen. (...) Der Unterricht berücksichtigt die individuellen Begabungen und Neigungen der Kinder und schafft die Grundlage zu lebenslangem Lernen." (Kanton Zürich 2005:1) Eine grosse Herausforderung, wie die Ergebnisse der TIMSS-II-Studie von 1997 zeigen. Durchschnittlich die Hälfte aller Lehrpersonen bezeichneten die Leistungsheterogenität der Lernenden als ihre grösste Berufserschwernis (vgl. TIMSS 1997:30).

Um diese Herausforderung nicht einfach zu ignorieren, ist die Grundstruktur des Schulsystems im deutschsprachigen Raum auf die Schaffung von homogenen Gruppen ausgerichtet. Neben den Jahrgangsklassen wurde dies auf der Sekundarstufe 1 mit dem gegliederten Angebot verschiedener Schultypen versucht (vgl. Buholzer & Kummer-Wyss 2010:9). So werden die Lernenden in der Schweiz nach der Primarschule aufgrund ihrer Noten und der Prognose der Primarlehrperson in verschiedene Niveaus eingeteilt. Teilweise wurde dieses Vorgehen sogar noch verfeinert und ein Niveauunterricht in einzelnen Fächern eingeführt. Eine solche Einteilung in vermeintlich homogene Gruppen orientiert sich an einem Hauptkriterium, im oben beschriebenen Fall an den schulischen Leistungen, während andere Bereiche nicht berücksichtigt werden können. So haben es die Lehrpersonen der Sekundarstufe 1 trotz dieser Einteilung weiterhin mit einer sehr heterogenen Gruppe von Lernenden zu tun.

Speziell bewusst wurde mir als Lehrperson diese Heterogenität der Lernenden auf der Sekundarstufe 1 beim Satz des Pythagoras im Mathematikunterricht. Hier werden die Lernenden zum ersten Mal mit einem mathematischen Satz konfrontiert, welcher nicht offensichtlich richtig ist. Die Lernenden können diesen Satz zudem nicht direkt mit Alltagserfahrungen in Verbindung bringen (vgl. Drollinger-Vetter 2011:158). Dadurch sind noch keine eingeübten Muster oder Vorstellungen vorhanden, und alle Lernenden müssen sich die Strategien im Umgang damit praktisch von Grund auf aneignen. Gibt die Lehrperson den Lernweg dafür vor, können einzelne

Lernende gut folgen, während andere oft nie den Tritt finden und der Begriff "Pythagoras" zum Synonym für nicht erklärbare Formeln und komplizierte Mathematik wird. Die Formel $a^2 + b^2 = c^2$ bleibt zwar im Kopf eingebrannt, die Bedeutung dahinter geht allerdings schnell wieder vergessen. Für viele Lernenden bleibt die Formel eine seltsame Aneinanderreihung von Variablen und Operationen, die, wenn man die Zahlen korrekt einsetzt, ein richtiges Resultat liefern.

Wenn ich als Lehrperson mir jedoch in einer Hausaufgabenstunde Zeit nehme, um mit einer einzelnen Lernenden oder einem einzelnen Lernenden den Satz des Pythagoras anzuschauen, und dabei auf die individuellen Gedankengänge eingehe, wird dieser meist sehr viel besser verstanden. Eine solche Individualbetreuung ist jedoch bei den derzeitigen Klassengrössen aus Zeitgründen leider nicht möglich. Es braucht alternative Lösungsansätze, um der Lern-heterogenität begegnen zu können.

1.2 Zielsetzungen

Das Ziel dieser Master Thesis ist es, am Beispiel des Satzes des Pythagoras herauszuarbeiten, wie Lernende mit unterschiedlichen Voraussetzungen ein vertieftes Verständnis eines schulischen Gegenstandes erwerben können. Dabei geht es nicht nur um den Umgang mit Heterogenität in einer Klasse der Sekundarstufe 1 mit durchschnittlich 20 bis 25 Lernenden, sondern auch darum, diese Verschiedenheit in den Lernprozess einzubeziehen. Die angewendeten Methoden und Werkzeuge sollen helfen, das Potenzial der Heterogenität der Lernenden konstruktiv zu nutzen. Gefragt ist ein didaktisch-kreativer Umgang mit Heterogenität.

Im Zentrum der Betrachtungen stehen dabei Werkzeuge aus dem Bereich der Neuen Medien. Immer selbstverständlicher gehören digitale Medien zu unserem Alltag und halten mehr und mehr Einzug in die Schule (vgl. Kerres 2012:1). Dabei stossen sie sowohl auf pauschale Ablehnung, als auch auf unkritische Euphorie. Beides ist aus meiner Sicht falsch. Auf Neue Medien im Unterricht soll weder grundsätzlich verzichtet werden, weil der Umgang damit noch ungewohnt ist, noch sollen sie unreflektiert verwendet werden, weil es gerade im Trend ist. Sie sollen dort eingesetzt werden, wo sie einen Mehrwert gegenüber herkömmlichen Werkzeugen bieten und den Lernprozess der Lernenden sinnvoll unterstützen. So eröffnet beispielsweise das Internet durch das Aufkommen von "Web 2.0" eine Vielzahl neuer Möglichkeiten zur Gestaltung des Unterrichts. Doch wo liegt das Potenzial der entsprechenden Werkzeuge in Bezug auf den produktiven Umgang mit Heterogenität, und in welcher Form sollen Neue Medien in der Schule eingesetzt werden?

Diese Master Thesis soll folgende Frage beantworten:

> Wie muss eine Lernumgebung zum Satz des Pythagoras mit Neuen Medien didaktisch strukturiert sein, um der Lernheterogenität auf der Sekundarstufe 1 Rechnung zu tragen und diese als Potenzial zu nutzen?

Für die Beantwortung dieser Frage steht nicht ein vorbestimmtes Werkzeug im Zentrum, da dies die Herangehensweise einengen würde. Es geht auch nicht darum, alle herkömmlichen Werkzeuge auszutauschen. Diese sollen nur dort durch neue ergänzt oder ersetzt werden, wo sie in Bezug auf den Umgang mit Heterogenität einen Mehrwert bieten können.

Die Ergebnisse der Master Thesis sollen eine theoretische Grundlage liefern, die anschliessend in der praktischen Umsetzung getestet und ausgewertet werden muss.

1.3 Aufbau der Arbeit

Nach einer Übersicht, was Neue Medien sind und welches Potenzial in den dazugehörigen Werkzeugen steckt, wird eine dreistufige Vorgehensweise gewählt, um die gestellte Forschungsfrage zu beantworten. Die Grundlagen werden in einer theoretischen Auseinandersetzung mit dem Satz des Pythagoras und dem Umgang mit Heterogenität in der Schule gelegt. Die daraus resultierenden Erkenntnisse werden in der Gestaltung einer konkreten Lernumgebung verarbeitet. Anschliessend wird aufgezeigt, wie Werkzeuge aus dem Bereich der Neuen Medien die Umsetzung unterstützen können, und in welchen Bereichen sie zusätzliches Potenzial zum Umgang mit Heterogenität besitzen.

Um den Fokus gleich zu Beginn auf die Forschungsfrage zu richten, soll in Kapitel 2 einleitend definiert werden, was unter Neuen Medien verstanden wird, und welche Rolle diese im Schulunterricht spielen. Im Zentrum dieser Betrachtungen stehen die verschiedenen Potenziale, die Neue Medien haben und die sie von herkömmlichen Werkzeugen abgrenzen. Dabei wird auch auf die Herausforderungen eingegangen, welche diese an alle am Lernprozess beteiligten Personen stellen.

Ausgangspunkt für die anschliessende theoretische Auseinandersetzung mit Heterogenität bildet, wie bereits in der Beschreibung der Ausgangssituation erklärt, der Satz des Pythagoras als wichtiger Bestandteil des Mathematikunterrichts der Sekundarstufe 1. Um zu verstehen, welche Herausforderungen dieser an die Lernenden stellt, muss definiert werden, welche Ziele der Mathematikunterricht auf der Sekundarstufe 1 verfolgt, und wie sich Lernende mathematisches Wissen aneignen. Dies ist eine der beiden Grundlagen, um später die Lernumgebung planen zu können.

Die zweite wichtige Grundlage, und damit der Inhalt des Kapitels 4, ist die Auseinandersetzung mit der Thematik der Heterogenität in der Schule. Dies wird von einem Grossteil der Lehrpersonen als Problem wahrgenommen. Doch warum ist das so, und welche alternativen Sichtweisen gäbe es? Um produktiv mit der Heterogenität umgehen zu können, muss klar sein, inwiefern sich die einzelnen Lernenden unterscheiden, und welchen Einfluss dies auf die Lernleistungen hat. Dies wiederum bietet die Basis, zu überlegen, wie darauf reagiert werden könnte. Etwas detaillierter soll zudem auf den Umgang mit Heterogenität aus lernpsychologischer Sicht eingegangen werden. Zum Abschluss des Kapitels werden die Erkenntnisse zusammen mit jenen aus dem vorangehenden Kapitel zusammengezogen. Um die Grundlagen für die Planung der konkreten Lernumgebung zu schaffen, werden fünf didaktische Entwicklungsaufgaben formuliert.

Anhand dieser wird anschliessend in Kapitel 5 eine Lernumgebung skizziert, in welcher Lernende mit unterschiedlichen Voraussetzungen ein vertieftes Verständnis des Satzes des Pythagoras erwerben können. Dabei soll neben der inhaltlichen und organisatorischen Strukturierung ein besonderes Gewicht auf die Interaktion der am Lernprozess beteiligten Personen gelegt werden. Das Potenzial der Heterogenität kann nur ausgenutzt werden, wenn die Verschiedenheit der einzelnen Personen auch thematisiert wird. Zudem wird aufgezeigt, wie die Leistungsbewertung – der Organisation der Lernumgebung angepasst – gestaltet werden könnte.

Nachdem aus den theoretischen Grundlagen eine konkrete Lernumgebung zum Satz des Pythagoras entstanden ist, liegt der Schwerpunkt des letzten Teils der Master Thesis wieder auf den Neuen Medien. Dabei gilt es zu klären, wie das in Kapitel 2 herausgearbeiteten Potenzial Neuer Medien den konstruktiven Umgang mit Heterogenität unterstützen und ergänzen kann. Ausgehend von einer groben Struktur des Medieneinsatzes soll aufgezeigt werden, welche didaktischen Herausforderungen mit welchen Werkzeugen bewältigt werden können. Wie dies in der Praxis aussehen könnte, wird anschliessend am Beispiel der Lernumgebung zum Satz des Pythagoras aufgezeigt. Mit dieser detaillierten Beschreibung der medialen Gestaltung soll die eingangs gestellte Forschungsfrage beantwortet werden. Zudem soll damit auch eine Basis gelegt werden für den produktiven Umgang mit Heterogenität mit Hilfe von Neuen Medien bei anderen Lerngegenständen und in weiteren Fachbereichen.

2 Neue Medien im Unterricht

Der Begriff Medien im Allgemeinen und Neue Medien im Speziellen wird sehr unterschiedlich verstanden. In Bezug auf die Schule stehen Medien – vom lateinischen Wort für Mitte abstammend – zwischen den zentralen Elementen des Unterrichts. Ausgehend vom didaktischen Dreieck sind diese Elemente: die lernende Person, die lehrende Person und der Unterrichtsstoff (vgl. zum Beispiel: Jank & H. Meyer 2002:55ff). Die Bedeutung der Medien im Unterricht hat seit dem Aufkommen der Massenmedien wie Bücher, Radio und Fernsehen deutlich zugenommen und mit dem Internet hat sie eine neue Dimension erreicht. Im Kategorialmodell von Baumgartner (2011:101ff) sind die Lehr- und Lernwerkzeuge eine von sieben zentralen Dimensionen des Unterrichts. "Besonders jene Werkzeuge, die Interaktivität (Software) und soziale Arrangements (Social Media) nutzen, machen deutlich, dass ein modernes Kategorialmodell auch die Kategorie "Werkzeuge" einbeziehen muss. Mit dieser Integration werden Werkzeuge nicht mehr als passiver Teil der Umwelt betrachtet, sondern können für den Lehr- und Lernprozess pro-aktiv verwendet werden." (Baumgartner 2011:105f) Mit dem Aufkommen von Web 2.0-Anwendungen beschränken sich Medien nicht mehr auf die reine Wissensvermittlung, sondern ermöglichen eine echte Interaktion (vgl. Niegemann u. a. 2008:351f). Damit bekommen Neue Medien immer mehr eine konstruktivistische Rolle (vgl. Kerres 2012:137f).

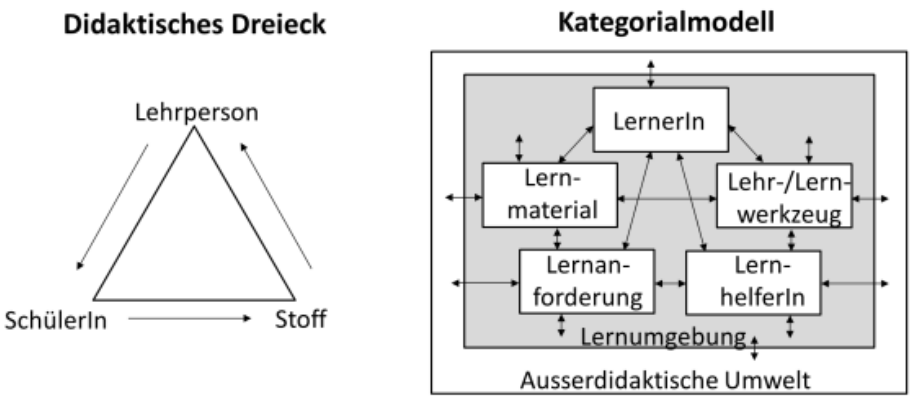


Abbildung 1: Didaktisches Dreieck (vgl. Jank & H. Meyer 2002:55) und Kategorialmodell (vgl. Baumgartner 2011:105)

Der Begriff Neue Medien ist nicht klar abgegrenzt und die Werkzeuge, die damit in Verbindung gebracht werden, änderten sich, bedingt durch das Wort "Neu", im Verlaufe der Zeit. Heute bezieht sich der Begriff meistens auf Technologien im Zusammenhang mit dem Internet (vgl. Ebner, Schön, & Nagler 2011:11). In diesem Sinne wird der Begriff in der Folge auch verwendet.

Im Laufe der Geschichte wurden von neu aufkommenden Medien immer wieder tief greifende Veränderungen für den Unterricht erwartet oder auch befürchtet. So meinte Thomas Edison in einem Zeitungsinterview vor hundert Jahren:

> "Books will soon be obsolete in the public schools. Scholars will be instructed through the eye. It is possible to teach every branch of human knowledge with the motion picture. Our school system will be completely changed inside of ten years." Thomas Edison in (Smith 1913:24)

Auch heute gibt es solche Erwartungen in Bezug auf den Einsatz von Neuen Medien im Unterricht. Hinsichtlich des Lernerfolgs zeigen jedoch diverse Studien, dass dieser von der eingesetzten Technologie relativ unabhängig ist. Zentral ist hier vielmehr die didaktische Methode, welche ihrerseits in weitem Masse von der Wahl des Mediums unabhängig ist (vgl. Kerres 2012:71 und 76ff). Die gesteigerte Lernmotivation, die durch den Neuigkeitseffekt der eingesetzten Werkzeuge entstehen kann, ist meist von relativ kurzer Dauer und rechtfertigt den grossen Aufwand nicht, der für deren Einführung nötig ist (vgl. ebd.:70). Es macht wenig Sinn, Neue Medien einzusetzen, nur weil es gerade im Trend ist, und die Lernenden zumindest am Anfang gerne damit arbeiten. Es muss genauer analysiert werden, welches Potenzial Neue Medien für den Unterricht auf der Sekundarstufe 1 und im Speziellen im Hinblick auf die geplante Lernumgebung zum Satz des Pythagoras haben. Nicht ausser Acht gelassen werden soll dabei, dass der Einsatz Neuer Medien im Unterricht auch neue Herausforderungen für alle beteiligten Personen mit sich bringt.

2.1 Potenziale Neuer Medien im Unterricht der Sekundarstufe 1

> "Digitale Lehr- und Lernmedien besitzen vielfältige Potenziale, die heute zwar theoretisch bekannt sind, praktisch in Schulen aber nicht ausgeschöpft werden." (Petko 2010:42)

Diese Potenziale können jedoch nur genutzt werden, wenn die entsprechenden Werkzeuge ganz gezielt eingesetzt werden. Der Einsatz von Neuen Medien im Unterricht führt nicht automatisch zu bessern Ergebnissen, besonders, wenn er unreflektiert erfolgt (vgl. Kerres 2012:105). Damit Neue Medien in der Lernumgebung zum Satz des Pythagoras helfen können, konstruktiv mit Lernheterogenität umzugehen, muss zunächst herausgearbeitet werden, wo das Potenzial der damit verbundenen Werkzeuge liegt. Die folgende Übersicht beschränkt sich dabei auf Aspekte, die direkt im Mathematikunterricht der Sekundarstufe 1 zum Tragen kommen können, und in denen sie sich von herkömmlichen Werkzeugen unterscheiden.

2.1.1 Multimedialität

Informationen zu einem Lerngegenstand können unterschiedlich medial codiert werden. Während sich ältere Medien oft auf eine oder zwei Codierungsarten beschränken mussten, sind die Möglichkeiten der Neuen Medien vielfältiger. Inhalte können dabei in Form von Texten, Audio, Bildern oder Bewegtbildern dargestellt werden. Bei Bewegtbilder ist zudem noch eine Unterteilung in Animationen, Videos und Simulationen möglich (vgl. Niegemann u. a. 2008:239ff). Die technischen Fortschritte der letzten Jahre machen es möglich, dass auch grössere Medien-

dateien, wie sie bei Bewegtbildern entstehen, gespeichert und von überall her über das Internet abgerufen werden können (vgl. Tesar u. a. 2011:78).

Die Multimedialität Neuer Medien bietet Chancen zur Aufwertung des Lernprozesses. So lernen Menschen besser, wenn Inhalte nicht nur einfach, sondern mehrfach medial codiert sind, beispielsweise mit Text und Bild oder Bild und Ton (vgl. Mayer 2005:154). Dabei muss jedoch darauf geachtet werden, dass die Übersichtlichkeit der Inhalte nicht darunter leidet. Die verschiedenen Repräsentationsformen sollen sich gegenseitig unterstützen und nicht einfach die gleichen Inhalte doppelt darstellen (vgl. Kerres 2012:158f). Unterschiedliche Codierungen desselben Inhalts können in Bezug auf die Lernheterogenität aber Sinn machen, diese müssen dann aber deutlich als Alternativen gekennzeichnet werden. Dazu eignet sich Hypertext, auf welchen unter dem nächsten Punkt genauer eingegangen wird.

Komplexere geometrische Zusammenhänge können mit Hilfe von Animationen und Simulationen für die Lernenden oft viel verständlicher dargestellt werden, als dies mit herkömmlichen Lehrmitteln möglich ist. Eine dynamische Mathematiksoftware, wie es beispielsweise das kostenlose GeoGebra[1] ist, erlaubt es den Lernenden gewisse Parameter an einer bestehenden Figur zu verändern und dabei die Auswirkungen direkt zu sehen.

2.1.2 Hypertext

Die Idee, durch technologische Innovation Informationen innerhalb eines Textes mit Querverweisen zu verbinden, ist schon älter (vgl. Schulmeister 2011:33ff), doch mit dem Aufkommen des Internets hat diese eine neue Bedeutung erhalten. Wenn wir heute im Internet lesen oder recherchieren, nutzen wir ständig Hyperlinks, die es uns erlauben von einer Stelle auf einer Webseite zu einer damit verbunden Stelle auf derselben Seite oder zu einer andern Webseite zu springen. Im Gegensatz zu herkömmlichen Medien, die linear aufgebaut sind, ermöglichen Neue Medien mit Hypertext einen netzartigen Aufbau, welcher näher bei der Funktionsweise des menschlichen Gehirns liegt. Lernangebote bekommen so eine neue Dimension, neben dem sequenziellen Aufbau sind auch explorative Varianten möglich (vgl. Kerres 2012:325).

Für den Schulunterricht auf der Sekundarstufe 1 bietet Hypertext in Neuen Medien zusätzliches Potenzial in folgenden Punkten:

- Anbieten verschiedener Lernwege

  Bei der Aufbereitung eines Lerngegenstandes in einer Lernumgebung muss die Lehrperson nicht mehr einen chronologischen Aufbau vorbestimmen, wie dies Lehrbücher oft vorgeben, sondern kann unterschiedliche Lernwege anbieten. Lernende haben so die

[1] www.geogebra.org

Möglichkeit, selbst zu entscheiden, in welcher Reihenfolge sie die Informationseinheiten bearbeiten (vgl. Reinmann 2011a:40). Mit Hilfe von Hypertext können sie beispielsweise nach Abschluss einer Übungsaufgabe wählen, ob sie diese Aufgabenart mit einer ähnlichen Aufgabe vertiefen oder zu einem anderen Bereich weitergehen möchten. Wie bereits unter dem Punkt "Multimedialität" erwähnt, erlauben es Hyperlinks, den Lernenden unterschiedlich medial aufbereitete Inhalte als Alternativen anzubieten. Die Organisation einer Lernumgebung wird zudem flexibler und kann von der Lehrperson jederzeit aktualisiert oder neuen Gegebenheiten angepasst werden.

- Verknüpfung mit früheren Lerninhalten

  Neues Wissen baut zu einem grossen Teil auf früheren Lerninhalten auf. Nur wer beispielsweise das Berechnen von Quadratflächen, den Umgang mit Potenzen und das Ziehen von Wurzeln beherrscht, kann auch Berechnungen zum Satz des Pythagoras anstellen. Der Aufbau eines solchen Wissensnetzes wird durch die Lehrperson unterstützt, indem die Lernumgebung mit entsprechenden Hyperlinks ergänzt wird. Bei Aufgaben kann so direkt auf das nötige Basiswissen aus anderen Lernumgebungen verwiesen werden.

- Verbindung zur Wissensumwelt ausserhalb der Lernumgebung

  Grundsätzlich wird der Lerngegenstand von der Lehrperson für die Lernumgebung didaktisch aufbereitet und den Lernenden zur Verfügung gestellt. Daneben bietet das Internet eine beinahe unerschöpfliche Menge von zusätzlichen Informationen. Mittels Hyperlinks kann die Lehrperson diese Wissensumwelt ausserhalb der Lernumgebung in den Lernprozess einbeziehen. Auf der einen Seite, um den Lernenden zusätzliche Informationen oder alternative Darstellungsformen anzubieten. Andererseits werden die Lernenden mit möglichen Informationsquellen vertraut gemacht, auf die sie nach dem Abschluss der obligatorischen Schulzeit zurückgreifen können.

- Darstellung des eigenen Lernens

  Da unser Denken und Handeln meist nicht linear ist, vereinfacht Hypertext dessen Darstellung. Den Lernenden hilft dies, ihren Lernprozess und ihre Erkenntnisse schriftlich festzuhalten (vgl. Schulmeister 2011:41). Mittels Hyperlinks können sie sehr einfach auf gestellte Aufgaben, Informationsquellen, frühere Überlegungen und andere mathematische Themen Bezug nehmen. Dies erleichtert es den Lernenden, ihre Überlegungen möglichst authentisch festzuhalten, und aussenstehenden Personen, diese nachzuvollziehen.

Neben all diesen neuen Möglichkeiten, welche die Verwendung von Hypertext mit sich bringt, birgt sie auch Gefahren. Tergan (2002:108ff) unterscheidet zwei Typen von Lernproblemen im Zusammenhang mit der Nutzung von Hypertext: Einerseits die Gefahr der Desorientierung und andererseits jene der kognitiven Überlastung. In Bezug auf den Einsatz von Hyperlinks bei der Gestaltung einer Lernumgebung ist immer abzuwägen, wie stark der Lernprozess vorstrukturiert werden muss und wie viel Freiheit den Lernenden gelassen werden kann. Dabei ist keine der beiden Alternativen grundsätzlich vorzuziehen. Was wie stark gewichtet werden sollte, hängt vom Lerninhalt und den Lernenden ab (vgl. Kerres 2012:335f).

2.1.3 Neue Interaktionsmöglichkeiten (Web 2.0)

Mit dem Aufkommen von Web 2.0 zu Beginn des 21. Jahrhunderts hat das Internet als Medium eine neue Bedeutung bekommen. Zwar gibt es keine eindeutige Definition des Begriffs "Web 2.0", doch handelt es sich weniger um eine neue Technologie, als vielmehr um neue Möglichkeiten im Umgang mit dem Internet (vgl. O'Reilly 2005). Es ist nicht mehr so, dass eine kleine Zahl von Personen Inhalte im Internet zur Verfügung stellt, die vom Rest der Internetnutzer gelesen werden. Neu besteht für alle Menschen, auch ohne Kenntnis von Programmiersprachen, die Möglichkeit Webseiten zu modifizieren und eigene Inhalte im Internet zu publizieren. "Das Web der Inhaltskonsumenten wurde zu einem Web von miteinander kommunizierenden Inhaltsproduzenten." (Ebner u. a. 2011:14) Wenn die entsprechenden Werkzeuge im Unterricht eingesetzt werden, hat dies Auswirkungen darauf, wie Lernen und Lehren verstanden wird. Downes (2005) hat in diesem Zusammenhang den Begriff "E-Learning 2.0" geprägt.

Die vereinfachte Produktion von Webinhalten führt dazu, dass die zur Verfügung stehende Wissensumwelt in den letzten Jahren viel grösser und reichhaltiger wurde. Diese kann wie oben beschrieben mittels Hyperlink relativ einfach in eine Lernumgebung integriert werden. Diese Offenheit und Vielfalt der Lernressourcen macht es für die Lernenden (und Lehrenden) aber auch schwieriger, sich darin zu orientieren (vgl. Arnold u. a. 2011:46). Auf der Sekundarstufe 1 erfordert dies eine den Kompetenzen der Lernenden angepasste Strukturierung der Wissensumwelt im Internet.

Wichtiger in Bezug auf das Potenzial, welches das Web 2.0 für den Unterricht bietet, sind die neuen Interaktionsmöglichkeiten, die sich daraus ergeben. Mit den entsprechenden Werkzeugen ist es für die Lernenden problemlos möglich, selber Inhalte verschiedenster medialer Codierung zu produzieren und einem ausgewählten Publikum zu präsentieren. Dieses hat die Möglichkeit, die Beiträge zu kommentieren und so mit dem Produzenten in einen Dialog zu kommen. Ein solcher Austausch zu einem Lerngegenstand kann allen beteiligten Personen helfen, ihr Wissen zu vertiefen. Daneben steht den Lernenden mit den Neuen Medien eine Vielfalt an weiteren

synchronen und asynchronen Werkzeugen zur Verfügung, um miteinander in Kontakt zu treten. Dazu gehören beispielsweise Foren, Wikis oder Chats.

2.1.4 Verfügbarkeit

Werkzeuge aus dem Bereich der Neue Medien haben eine grosse Orts- und Zeitflexibilität. Überall dort, wo mit einem entsprechenden Endgerät aufs Internet zugegriffen werden kann, sind sie verfügbar. Neben den Werkzeugen selber trifft dies auch auf die Daten zu, die in einem Datenspeicher auf dem Internet abgelegt sind (vgl. Kerres 2012:455). Das Lernen wird so immer unabhängiger vom Schulhaus als Gebäude. Neben dem Arbeitszimmer zu Hause kann es mit Hilfe von mobilen Endgeräten wie Smartphones, Netbooks und Tablet-Computern auch sonst wo stattfinden. Laut der Vorveröffentlichung erster Daten der JAMES-Studie 2012 haben 97 % der Schweizer Jugendlichen zu Hause Zugriff aufs Internet und 75 % besitzen ein Smartphone (vgl. Süss, Waller, & Willemse 2012). Die JIM-Studie 2012 für Deutschland kommt auf ähnliche Zahlen, wobei die Zahlen zur Verbreitung der Smartphone etwas tiefer sind und bei den Jugendlichen im Alter der Sekundarstufe 1 bei knapp 50 % Prozent liegen. Dies ist jedoch beinahe eine Verdoppelung gegenüber dem Vorjahr (vgl. Medienpädagogischer Forschungsverbund Südwest 2012:52).

Wird eine Lernumgebung mit Hilfe von Neuen Medien gestaltet, können die Lernenden problemlos zu Hause dort weiterarbeiten, wo sie in der Schule aufgehört haben, ohne dafür Bücher und Hefte hin und her transportieren zu müssen. Zudem stehen ihnen dieselben Werkzeuge mit den von ihnen bevorzugten Einstellungen zur Verfügung. Auch innerhalb des Schulhauses ermöglichen mobile Endgeräte eine flexiblere Wahl des idealen Arbeitsplatzes, was gerade bei forschendem Lernen von Vorteil sein kann. Mit ihrer einfachen Foto-, Audio- und Videofunktionalität bieten Mobilgeräte zudem erweiterte Möglichkeiten, den Lernprozess zu dokumentieren und reflektieren (vgl. Specht & Ebner 2011:177).

Ein weiterer positiver Aspekt der Verfügbarkeit der Neuen Medien ist, dass auf dieselben Inhalte gleichzeitig von mehreren Personen an verschiedenen Orten zugegriffen werden kann. Ein physischer Austausch von Materialien ist nicht mehr notwendig. Von den Lernenden erstellte Ergebnisse des Lernprozesses können so beispielsweise gleichzeitig von den Mitlernenden betrachtet, von der Lehrperson beurteilt und von den Eltern gelesen werden.

2.2 Herausforderungen Neuer Medien im Unterricht

Neben den oben erwähnten Potenzialen der Neuen Medien für den Unterricht stellen die Neuen Medien auch neue Herausforderungen an die am Lernprozess beteiligten Personen. Dies ist derzeit noch sehr oft ein Hinderungsgrund für den Einsatz von Neuen Medien im Unterricht. So zeigt eine Studie aus dem Jahre 2007, dass zwar mittlerweile die grosse Mehrheit der Schweizer Sekundarschulen ans Internet angeschlossen sind (98 %), jedoch nur 7.8 % der Lernenden dieses regelmässig im Unterricht nutzen (vgl. Barras & Petko 2007:95 und 120). Welche Herausforderungen gäbe es zu bewältigen, um das Potenzial der Medien in der Schule besser nutzen zu können?

- Technische Ausstattung

  In der oben genannten Studie wird die ungenügende Anzahl Computer für die Lernenden (1 Computer pro 6.6 Lernende) von den Lehrpersonen als Haupthindernis für den Einsatz des Computers im Unterricht genannt (vgl. ebd.:90 und 110). Die Gründe dafür liegen einerseits in der Skepsis gegenüber Neuen Medien und andererseits in den Kosten der dafür notwenigen Ausrüstung. Neue mobile Geräte wie Tablets oder Smartphones, welche günstiger sind und die die Lernenden zum Teil selber besitzen, bringen hier in Zukunft neue Möglichkeiten. In welcher Form die technische Ausstattung auf der Sekundarstufe 1 in Zukunft am idealsten organisiert wird, müsste in ergänzenden Studien untersucht werden.

- Medienkompetenz

  99.9 % der Lehrpersonen verfügen zuhause über einen eigenen Computer für Unterrichtszwecke (vgl. ebd.:118) und auch die Lernenden verbringen immer mehr Zeit im Internet. Laut der JIM Studie 2012 sind 91 % der Deutschen Jugendlichen in ihrer Freizeit mehrmals wöchentlich im Internet (vgl. Medienpädagogischer Forschungsverbund Südwest 2012:12). Für die Schweiz sind die aktuellen Zahlen noch nicht verfügbar, doch kam die JAMES-Studie mit 89 % bereits vor zwei Jahren auf eine ähnliche Zahl (vgl. Süss, Waller, & Willemse 2010:18). Die weitverbreitete Nutzung bedeutet aber noch lange nicht, dass die Werkzeuge der Neuen Medien auch gewinnbringend für das Lernen eingesetzt werden können. Häufig ist der Umgang der Lernenden damit nicht sehr zielgerichtet und wäre aus diesem Grund für den Lernprozess eher hinderlich (vgl. Arnold u. a. 2011:46). Daher braucht es eine schrittweise Heranführung an die neuen Werkzeuge, wie es beispielsweise Salmon (2004:17ff) bereits vor 10 Jahren gefordert hat. Nur wenn sowohl die Lernenden als auch die Lehrperson die nötigen Kompetenzen haben, bringen Werkzeuge aus dem Bereich der Neuen Medien einen Mehrwert gegenüber herkömmlichen.

- Lehrmittel

  Ein weiteres Problem für die Lehrperson beim Einsatz von Neuen Medien im Unterricht ist, dass es derzeit noch praktisch keine Lehrmittel gibt, die dafür aufbereitete Inhalte zur Verfügung stellen. So müssen diese entweder selber erstellt oder im Internet zusammengesucht werden. Der Aufwand für die Gestaltung einer Lernumgebung zu einem Lerngegenstand ist daher noch sehr hoch. So geben in der Studie von Barras und Petko (2007:109) 59.3 % der Lehrpersonen Zeitmangel in der Vorbereitung als Grund an, warum sie Computer selten im Unterricht einsetzen. Wenn Inhalte jedoch einmal erstellt sind, haben sie den Vorteil, dass sie relativ einfach wiederverwendet und angepasst werden können.
- Neues Verständnis von Lehren und Lernen

  Der Einsatz Neuer Medien und das Ausnutzen der oben beschriebenen Potenziale führen zudem zu einem neuen Verständnis von Lernen und Lehren (vgl. Arnold u. a. 2011:26). Auf der einen Seite müssen die Lernenden mehr Eigenverantwortung für ihr Lernen übernehmen. "Selbstorganisation ist eine Herausforderung, die nicht nur eine ganze Reihe von kognitiven Fähigkeiten und Interesse voraussetzt, sondern auch einen freien Willen, den man sich erst einmal aneignen muss." (Reinmann 2008a:15) Auf der anderen Seite wandelt sich die Rolle der Lehrperson immer mehr vom unterrichtenden Experten zum Coach, der die Lernenden auf ihrem Lernweg begleitet. Die Lehrperson muss lernen einen Teil der Verantwortung abzugeben.

2.3 Fazit

Wie die Auseinandersetzung mit Neuen Medien in diesem Kapitel zeigt, bieten diese eine Vielzahl von Potenzialen für den Unterricht, die herkömmliche Werkzeuge nicht in dieser Form bieten können. Gleichzeitig stellen sie aber auch Herausforderungen an die am Lernprozess beteiligten Personen. Der Einsatz Neuer Medien muss demnach gut überlegt und gezielt erfolgen. Wie Kerres (2012:104) in Bezug auf die Mediendidaktik betont, geht es bei der Planung des Medieneinsatzes nicht um technische oder ästhetische Qualität, sondern um den Beitrag zur Lösung bestimmter pädagogischer Anliegen. Hier um den konstruktiven Umgang mit Heterogenität in der Auseinandersetzung mit dem Satz des Pythagoras. Anhand der theoretischen Grundlagen zum Satz des Pythagoras als Teil des Mathematikunterrichts der Sekundarstufe 1 (siehe Kapitel 3) und zum Umgang mit Heterogenität in der Schule (siehe Kapitel 4), wird zunächst eine konkrete Lernumgebung entworfen (siehe Kapitel 5), bevor überlegt wird, wie in dieser das Potenzial der Neuen Medien genutzt werden könnte.

3 Der Satz des Pythagoras auf der Sekundarstufe 1

$a^2 + b^2 = c^2$ – Der Satz des Pythagoras wird von den Lernenden der Sekundarstufe 1 meist auf diese Formel reduziert. Hinter dem Satz des Pythagoras steckt jedoch sehr viel mehr als diese Formel. Er bietet vielfältige Zugänge zu wichtigen Zielen des Mathematikunterrichts der Sekundarstufe 1. Darauf soll in diesem Kapitel näher eingegangen werden. Dazu werden die Ziele des Mathematikunterrichts und der Satz des Pythagoras zuerst separat betrachtet, bevor beides in Bezug auf den Schulstoff der Sekundarstufe 1 miteinander verknüpft wird.

3.1 Der Mathematikunterricht und seine Ziele

Mathematik ist mehr als der gekonnte Umgang mit Zahlen, worauf das Schulfach von Laien oft reduziert wird. Im Zentrum stehen vielmehr Begriffe und Sätze, welche die Grundlage der Mathematik bilden (vgl. Drollinger-Vetter 2011:44). Diese wiederum sind entstanden aus Problemzusammenhängen des Alltags. Heron von Alexandrien beschreibt in seiner Geometria beispielsweise, wie die Geometrie aus praktischen Problemen der Landvermessung in Ägypten entstanden ist (vgl. Heron 1976:177).

Auch heute noch ist Mathematik ein wichtiger Bestandteil unseres Lebens. Ohne dass uns dies richtig bewusst ist, greifen wir in unserem Alltag immer wieder auf die Mathematik zurück. Zahlen, Formen, Modelle und Formeln spielen eine wichtige Rolle in unserer Kommunikation, mathematische Vorgehensweisen helfen uns Meinungen zu bilden und mit Operationen der Mathematik können praktische Probleme des Alltags gelöst werden (vgl. Vollrath & J. Roth 2011:10ff). Die Mathematik hat eine duale Natur, indem sie sich einerseits mit abstrakten Strukturen beschäftigt, die keinen Bezug mehr zu realen Objekten aufweisen und andererseits praktische Werkzeuge für den Alltag bietet (vgl. Drollinger-Vetter 2011:40f).

Diese Grundüberlegungen zur Mathematik, ihre Herkunft und ihre Verbindung zum Alltag, sollen die Betrachtung leiten, welche Arten mathematischen Wissens sich die Lernenden im Unterricht aneignen sollen und wie dies am Besten geschieht.

3.1.1 Arten mathematischen Wissens

Welches Wissen sollen sich die Lernenden im Schulunterricht aneignen? Anderson und Krathwohl haben zur Beantwortung dieser Frage die eindimensionale Lernzieltaxonomie von Bloom im Jahr 2001 revidiert und in zwei Dimensionen aufgegliedert. Die Dimension "Wissen" und die Dimension "kognitive Prozesse" haben sie dabei zu einer Matrix kombiniert (vgl. Anderson, Krathwohl, & Bloom 2001).

Lernzieltaxonomie (Anderson und Krathwohl)		**Dimension der kognitiven Prozesse**					
		Erinnern	Verstehen	Anwenden	Analysieren	Bewerten	Erschaffen
Dimension des Wissens	Faktenwissen						
	Konzeptwissen						
	Prozesswissen						
	Metakognitives Wissen						

Abbildung 2: Revision der Bloomschen Taxonomie nach Anderson und Krathwohl (2001)

Vollrath und Roth (2011:45f) lehnen ihre Betrachtung von mathematischem Wissen stark an den Wissensdimensionen von Anderson und Krathwohl an und unterscheiden vier Arten:

- Wissen über Begriffe
  (Begriffe der Mathematik mit ihren Definitionen und Beispielen)
- Wissen über Sachverhalte
  (Eigenschaften und Beziehungen von Begriffen)
- Wissen über Verfahren
  (Sätze, Regeln und Algorithmen der Mathematik)
- Metamathematisches Wissen
  (Begriffe, Sätze und Regeln definieren, formulieren und beweisen)

Bezüglich seiner Zielsetzung hat sich der Mathematikunterricht in den letzten Jahren gewandelt. Lag der Schwerpunkt lange auf einzelnen Begriffen und damit auf den beiden ersten Wissensarten, rücken die beiden andern heute immer mehr ins Zentrum. "Konkret soll es weniger darum gehen, begriffliches Wissen oder Kalküle zu erwerben, als vielmehr dieses Wissen anzuwenden und mithilfe der Mathematik Probleme zu modellieren und zu lösen." (K. Reiss & M. Reiss 2006:230) Damit steht nicht mehr nur das Endprodukt im Fokus des Mathematikunterrichts, sondern der Weg dorthin und die Bewusstwerdung dieses Weges wird immer wichtiger. Dies soll dazu beitragen, dass das mathematische Wissen der Lernenden beweglicher wird und nicht mehr an einzelnen Begriffen festklebt.

3.1.2 Aneignung von mathematischem Wissen

Mathematische Inhalte können von Lernenden auf unterschiedliche Weise angeeignet werden. Vollrath und Roth (2011:52ff) unterscheiden drei Aspekte des Lernens von mathematischen Inhalten: systemorientiertes, problemorientiertes und reflektierendes Lernen.

Beim **systemorientierten Lernen** wird die gesamte Mathematik als Turm angesehen, der auf einigen grundlegenden Axiomen steht. Lernen bedeutet dann, an diesem Turm weiterzubauen, indem neue Begriffe, Sätze oder Eigenschaften mit bereits Bekanntem verknüpft und dadurch

stabilisiert werden (vgl. ebd.:52). Um eine Systematik aufbauen zu können, ist eine gewisse Basis an mathematischem Grundwissen erforderlich. Dies ist jedoch auf der Sekundarstufe 1 noch nicht der Fall. Zudem besteht die Gefahr, dass dadurch das Bild der in sich geschlossenen Wissenschaft gefördert wird und die Lernenden den Alltagsbezug zur Mathematik verlieren. "Systematik steht ja bei mathematischer Forschung immer am Ende einer Entwicklung. Erst wenn genügend mathematische Substanz gefunden worden ist, entsteht das Bedürfnis, das Gebiet systematisch zu ordnen." (ebd.:60) So soll auf der Sekundarstufe 1 zwar immer wieder auf die Systematik der Mathematik Bezug genommen werden, jedoch soll diese für das Lernen nicht im Vordergrund stehen.

Der Bezug zum Alltag kommt beim **problemorientierten Lernen** viel stärker zum Zuge. Wie bereits bei der Einführung in dieses Kapitel erwähnt, ist Mathematik durch das Lösen von Alltagsaufgaben entstanden. Im gleichen Sinne kann Mathematik gelernt werden. Um ein Problem zu lösen und damit einen Begriff, Sachverhalt oder ein Verfahren zu erschliessen, müssen die Lernenden, Beziehungen zu bereits gelösten Problemen herstellen (vgl. ebd.:62). Liegt die Lösung des Problems im Bereich des Möglichen, erhöht dies die Motivation des Lernenden, mathematisch zu denken (vgl. Reusser 2005:165). Die Schwierigkeit des problemorientierten Lernens im Unterricht ist oft, dass die didaktisch aufbereiteten Probleme zu Aufgabensammlungen verkommen, die von den Lernenden nicht mehr als Probleme wahrgenommen werden. Durch das Abarbeiten solcher Aufgaben ist der mathematische Erkenntnisgewinn relativ gering und beschränkt sich oft auf einzelne Operationen (vgl. Vollrath & J. Roth 2011:70). Probleme für das Lernen von Mathematik müssen sorgfältig didaktisch aufbereitet werden, damit sich das dabei angeeignete Wissen nicht nur auf die ersten beiden Wissensdimensionen beschränkt.

Das **reflektierende Lernen** von Mathematik fokussiert auf die Aneignung von mathematischem Metawissen. Im Gegensatz zu den beiden anderen Arten der Aneignung von mathematischem Wissen geht es dabei weniger um die Inhalte selber, als vielmehr darum, wie mit diesen umzugehen ist (vgl. ebd.:71). Durch das gezielte Zurückblicken auf eine Auseinandersetzung mit einem mathematischen Inhalt können die Erfahrungen, die in diesem Prozess gewonnen werden, vom spezifischen Inhalt gelöst und verallgemeinert werden. Dabei wird gelernt, logisch zu denken, Probleme anzupacken, algorithmisch zu denken, Beweise zu führen und Mathematik zu werten. Das durch Reflexion angeeignete Wissen hilft den Lernenden später bei der Auseinandersetzung mit neuen Inhalten und zwar auch ausserhalb der Mathematik.

In Bezug auf den Mathematikunterricht der Sekundarstufe I sind vor allem die beiden Letzten von Bedeutung. Auf diese soll bei der Gestaltung der Lernumgebung zum Satz des Pythagoras in Kapitel 5 hauptsächlich fokussiert werden.

3.1.3 Förderung überfachlicher Kompetenzen im Mathematikunterricht

Neben den fachspezifischen Wissensinhalten und Kompetenzen werden allgemeine Fähigkeiten immer wichtiger. Dies speziell auf der Sekundarstufe 1, welche die Jugendlichen möglichst optimal auf das Berufsleben vorbereiten soll. "Aus Gründen der employability fordern Vertreter der Wirtschaft schon länger, dass dort neben fachlichen auch allgemeinere Fähigkeiten gefördert werden sollen." (S. Keller 2012:34)

Erpenbeck definiert Kompetenzen folgendermassen: "Fähigkeiten einer Person zum selbstorganisierten, kreativen Handeln in für sie bisher neuen Situationen (Selbstorganisationsdisposition)." (Erpenbeck 2010:15) Czerwanski und Solzbacher (2003:29ff) teilen diese überfachlichen Kompetenzen in drei Bereiche ein:

- Sach- und Methodenkompetenz
  Jugendliche sollen lernen, ihr eigenes Lernen zu organisieren. Dies beinhaltet das Vorgehen beim Beschaffen von Informationen, die Strukturierung derselben, die Vernetzung mit bereits vorhandenem Wissen und die Präsentation der Ergebnisse.
- Sozialkompetenz
  Von den angehenden Erwachsenen wird erwartet, dass sie team-, kritik- und kommunikationsfähig sind.
- Selbstkompetenz
  Damit später auch ausserhalb der Schule erfolgreich gelernt werden kann, ist es wichtig, dass die Jugendlichen sich selber einschätzen können und für das eigenen Lernen Verantwortung übernehmen.

Der Mathematikunterricht soll sich also nicht nur auf die Aneignung von Wissen aus dem eigenen Fachbereich beschränken, sondern auch allgemeine Kompetenzen fördern. Einerseits kann dies geschehen, indem der reflektierende Zugang zur Mathematik weiter verallgemeinert wird und sich dabei von mathematikspezifischen Inhalten löst. So müssen sich beispielsweise erfolgsversprechende Herangehensweisen an Probleme nicht nur auf solche der Mathematik beschränken. Durch gezielte und angeleitete Reflexion können sich die Lernenden auch im Mathematikunterricht sehr viel Methoden- und Selbstkompetenzen aneignen. Auf der anderen Seite können soziale Kompetenzen durch die für den Unterricht gewählten Methoden gefördert werden. Wenn die Lernenden beispielsweise bei der Auseinandersetzung mit mathematischen Inhalten zusammenarbeiten, erfahren sie dabei was sich in Bezug auf Kommunikation und Teamarbeit bewährt und was nicht.

3.2 Der Satz des Pythagoras

Der Satz des Pythagoras besagt, dass in einem rechtwinkligen Dreieck die Summe der Flächeninhalte der Quadrate über den beiden Katheten gleich dem Flächeninhalt des Quadrates über der Hypotenuse ist.

Dieser Zusammenhang der Seiten in einem rechtwinkligen Dreieck war jedoch schon lange vor der Zeit von Pythagoras von Milet bekannt. Der älteste heute bekannte Hinweis befindet sich in einem babylonischen Text mit der Nummer BM85196 aus der Zeit um ca. 1700 v. Chr. In diesem geht es vermutlich um einen Balken, der von einer Wand abrutschte und dabei ein rechtwinkliges Dreieck bildete. Daneben gibt es bei ägyptischen Funden aus derselben Zeit immer wieder Hinweise auf rechtwinklige Dreiecke mit dem Seitenverhältnis 3:4:5. Diese wurden wahrscheinlich damals für architektonische Zwecke verwendet. Ein solches Dreieck erlaubt es, rechte Winkel exakt zu bestimmen. Doch war es weder bei den Babylonieren, noch den Ägyptern dieser Zeit üblich, mathematische Erkenntnisse zu beweisen (vgl. Hoehn & Huber 2005:16ff).

Der Satz trägt heute den Namen des Griechen Pythagoras, da ihm der erste Beweis dazu angerechnet wird. Pythagoras befasste sich während seines Lebens mit Philosophie, Mathematik, Astronomie, Musik, Politik und Religion. Was dabei welchen Stellenwert hatte, ist bis heute stark umstritten (vgl. Riedweg 2002:37ff). Geboren wurde Pythagoras in der ersten Hälfte des 6. Jahrhunderts vor Christus auf der Insel Samos. Um das Jahr 530 v. Chr. wanderte er nach Süditalien aus (vgl. Gorman 1979:93). Als Grund dafür werden seine politischen Ansichten genannt, die sich nicht mit jenen von Polykrates des neuen Herrschers von Samos vereinbaren liessen. In Kroton gründete Pythagoras eine Schule, die mit einer Bruderschaft zu vergleichen war und heute wohl auch als Sekte bezeichnet würde (vgl. Riedweg 2002:18ff). Die Mathematik spielte eine grosse Rolle in den Lehren von Pythagoras, so war auch das Erkennungszeichen der Bruderschaft ein Pentagramm. Was Pythagoras selber zum Beweis des Satzes beigetragen hat, ist unklar. Die Meinungen dazu gehen bis heute weit auseinander.

Gegenwärtig sind mehrere Hundert Beweise des Satzes des Pythagoras bekannt. Diese unterscheiden sich bezüglich Komplexität und vorausgesetztem Vorwissen. Neben Pythagoras werden einzelne davon weiteren berühmten Personen angerechnet wie beispielsweise Euklid, Albert Einstein, Leonardo da Vinci oder dem früheren amerikanischen Präsidenten James A. Garfield (vgl. Maor 2010:98ff).

3.3 Der Satz des Pythagoras als Schulstoff der Sekundarstufe 1

Der Satz des Pythagoras ist ein fester Bestandteil des Mathematikunterrichts der Sekundarstufe 1. In den beiden am weitesten verbreiteten Mathematiklehrmitteln der Deutschschweiz "mathbu.ch 7-9" (vgl. Affolter u. a. 2004) und "Mathematik 1-3" (vgl. F. Keller u. a. 2012a) ist es eines der zentralen Themen im zweiten Jahr. Im Gegensatz zu älteren Lehrmitteln (vgl. beispielsweise Hohl u. a. 2000:23ff), bei denen es praktisch ausschliesslich um die Anwendung der Formel ging, kommt die inhaltliche Vielfalt des Satzes des Pythagoras in neueren Lehrmitteln immer stärker zum Tragen. Diese Vielfalt bietet die Möglichkeit, auf die in Kapitel 3.1 beschriebenen unterschiedlichen Ziele des Mathematikunterrichts, eingehen zu können.

3.3.1 Inhaltliche Vielfalt des Satzes des Pythagoras

Der Satz des Pythagoras darf nicht einzig auf die algebraische Formel $a^2 + b^2 = c^2$ und deren Anwendung reduziert werden. Das Suchen eines rechtwinkligen Dreiecks in einer Figur und die Berechnung der dritten Seite anhand von zwei gegebenen, schöpft die Vielfalt des Satzes bei Weitem nicht aus.

Der Satz weist eine Vielzahl von Beziehungen zu anderen mathematischen Themen und Anwendungen auf. So verbindet seine bildliche Repräsentation (rechtwinkliges Dreieck mit den Quadraten über den einzelnen Seiten) und die formale Repräsentation (Formel $a^2 + b^2 = c^2$) die Bereiche Geometrie und Algebra. Dabei steht bei der algebraischen Formel der Seitenaspekt (Quadrieren von Seitenlängen in einem rechtwinkligen Dreieck) und beim geometrischen Ansatz der Flächenaspekt (Quadrate zu den Seiten in einem rechtwinkligen Dreieck) im Zentrum (vgl. Drollinger-Vetter 2011:162).

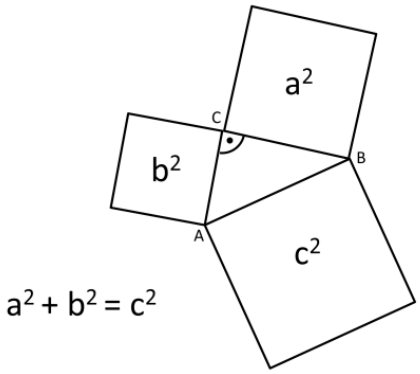


Abbildung 3: Satz des Pythagoras (Flächenaspekt)

Durch seine Beziehungsvielfalt ist der Satz auch eine wichtige Basis für weiterführende Themen im Bereich der Mathematik. So wird dieser beispielsweise für die Berechnung von Strecken im Raum, die Darstellung von Wurzeltermen oder die Bestimmung von Winkeln in einem Dreieck (Trigonometrie) benötigt.

Da der Satz des Pythagoras für die Lernenden einer der ersten nicht offensichtlich richtigen mathematischen Sätze ist, nimmt das Beweisen neben dem Verstehen und Anwenden einen grossen Stellwert ein (vgl. ebd.:158). Durch die Vielzahl der unterschiedlichen Beweise zum Satz des Pythagoras, die bis heute bekannt sind, besteht die Möglichkeit, die Auseinandersetzung mit dem Beweisen dem Vorwissen der Lernenden anzupassen.

Neben den erwähnten zentralen Themen der Mathematik bietet der Satz auch einen guten Einstieg zu kulturgeschichtlichen Themen der Mathematik. So könnte damit exemplarisch auf die Entstehung der Mathematik eingegangen werden. Pythagoras selber, aber auch andere berühmte Mathematiker, die sich mit diesem Satz auseinandergesetzt haben, sind gute Ausgangspunkte, um sich auch in der Mathematik mit biografischem Wissen zu befassen.

3.3.2 Der Satz des Pythagoras und die Ziele des Mathematikunterrichts

Die Vielfalt und der Beziehungsreichtum des Satzes des Pythagoras machen diesen laut Baptist (2001:69) zum idealen Inhalt für den Schulunterricht. Er bildet eine gute Grundlage, mit deren Hilfe sich die Lernenden Wissen aller vier Dimensionen aneignen können. Es beginnt damit, den Begriff mit der entsprechenden Formel in Verbindung zu bringen, gegebene Zahlen am richtigen Ort einzusetzen und danach die Berechnung korrekt auszuführen. Viel wichtiger ist es aber dann, den Satz in seiner Tiefe zu verstehen, ihn mit anderen Begriffen in Verbindung zu bringen und das Vorgehen beim Beweisen zu durchdringen. So gewonnene mathematische Erkenntnisse können später auf andere Situationen und Themen angewendet werden.

Ein tiefes Verstehen des Satzes des Pythagoras fasst Drollinger-Vetter (2011:181ff) in ihrem Pythagoras-Verstehensmodell zu drei Arten von Verknüpfungen zusammen: Bei den Verknüpfungen mit anderen Konzepten geht es um die Beziehungen zu typischen Anwendungen, wie beispielsweise Seitenberechnungen oder Flächenverwandlungen. Die Beziehung zu verwandten Sätzen, wie beispielsweise dem Kathetensatz, ist zwar ebenfalls von Vorteil, setzt aber vertieftes Mathematikwissen voraus. Die Verknüpfung von Repräsentationen soll die sprachliche, die formale, die bildliche und die handelnde Darstellung des Satzes in Verbindung zueinander bringen. Schlussendlich sollen die Verstehenselemente innerhalb des Satzes des Pythagoras miteinander verknüpft werden können. Teilelemente des Satzes des Pythagoras sind beispielsweise der rechte Winkel, Quadratzahlen, das Dreieck, Seitenlängen oder quadratische Flächen. Dieses Verstehensmodell soll helfen bei der inhaltlichen Strukturierung der Lernumgebung zum Satz des Pythagoras in Kapitel 5. Denn nur wenn diese Verknüpfungen gebildet und gefestigt werden, kann später auf diesen aufgebaut, und das mathematische Wissen erweitert werden (vgl. Vollrath & J. Roth 2011:56f).

Im Zusammenhang mit dem Satz des Pythagoras werden die Lernenden oft zum ersten Mal mit einem etwas komplexeren mathematischen Beweis konfrontiert. Die Verwendung des Satzes zur vertieften Betrachtung des mathematischen Beweisens wird dadurch begünstigt, dass die Lernenden praktisch kein informelles Wissen zu diesem Satz mitbringen (vgl. Drollinger-Vetter 2011:158). Von Grund auf können die Lernenden in der Lernumgebung zum Satz des Pythagoras erfahren, wozu Beweise in der Mathematik nötig sind und wie diese geführt werden können. Dabei steht nicht nur der eigentliche Beweis im Zentrum, sondern vielmehr die Überlegungen und Vorgehensweisen, die dahinterstecken. Dieses Wissen soll den Lernenden eine Basis geben für die Auseinandersetzung mit weiteren Beweisen in der Mathematik, aber auch im Alltag.

4 Heterogenität in der Schule

Dass sich Kinder und Jugendliche bezüglich ihrer Lernvoraussetzungen unterscheiden, ist kein neues Phänomen. Im Zusammenhang mit internationalen Vergleichsstudien wie PISA oder TIMSS ist die Thematik der Lernheterogenität jedoch in den letzten Jahren zu einem viel diskutierten schulpädagogischen Thema geworden. Dieses soll in der Folge genauer analysiert werden, um die Grundlagen für einen konstruktiven Umgang mit Lernheterogenität in der Lernumgebung zum Satz des Pythagoras zu schaffen. Dazu wird in diesem Kapitel näher darauf eingegangen, wie Heterogenität in der Gesellschaft und der Schule wahrgenommen wird, in welchen Bereichen sich die Lernenden unterscheiden, wie darauf reagiert werden kann, und welchen Beitrag die Lernpsychologie zum Umgang damit leisten kann. In einem Fazit am Ende des Kapitels werden aus den Erkenntnissen didaktische Entwicklungsaufgaben für die Gestaltung der konkreten Lernumgebung ausgearbeitet.

4.1 Zunehmende Heterogenität als gesellschaftliches Phänomen

Heterogenität ist nicht nur in Bezug auf die Schule ein aktuelles Thema, sondern allgemein in der Gesellschaft. Immer stärker steht das Individuum mit seinen Eigenheiten und Bedürfnissen im Zentrum der Betrachtungen. Die zunehmende Individualisierung ist jedoch kein neues Phänomen, sondern gehört zu einem langen Prozess, der schon im Mittelalter begonnen hat. Laut Beck (1986:206) können dabei drei Dimensionen unterschieden werden, die als Einheit zusammengehören: Die Freisetzungsdimension (Herauslösung aus vorgegebenen traditionellen Mustern der Herrschaft), die Entzauberungsdimension (Verlust von traditionellen Sicherheiten und Normen) und die Reintegrationsdimension (Wiedereinbindung ins Sozialgefüge auf neuartige Weise). Der letzte Punkt zeigt dabei, dass Individualisierung nicht bloss als Befreiung missverstanden werden darf, sondern, dass damit auch die Eingliederung der Einzelperson in eine globalisierte Welt verbunden ist. In dieser verschiebt sich der Fokus immer mehr weg von ganzen Personengruppen und hin zum Individuum. So ist zum Beispiel der Beruf, den jemand ausübt, nicht mehr von der gesellschaftliche Schicht abhängig, in welchen die Person hineingeboren wird, sondern vielmehr von der absolvierten Ausbildung und den Angeboten, die es dazu auf dem globalen Arbeitsmarkt gibt. Seit Mitte des 20. Jahrhunderts ist jedoch eine starke Radikalisierung dieses Individualisierungsprozesses in unserer Gesellschaft zu erkennen. Traditionelle Bindungen und gesellschaftliche Zuordnungen zerfallen immer mehr und der Grad der Selbstbestimmung des einzelnen Individuums nimmt zu (vgl. U. Beck & Beck-Gernsheim 1994:21). Diese zunehmende Fokussierung auf das Individuum in der Gesellschaft wirkt sich natürlich auch darauf aus, welche Bedeutung diese Thematik in der Betrachtung der Schule hat.

4.2 Heterogenität in der Schule – Ein Problem?

Laut der TIMSS-II-Studie sehen Lehrpersonen in der Leistungsheterogenität der Lernenden ihre grösste Berufserschwernis. In den USA sahen dies 48 Prozent, in Deutschland 55 Prozent und in Japan gar 63 Prozent der befragten Lehrkräfte so (vgl. TIMSS 1997:30). Diese Erkenntnis der Problematik des Umgangs mit Ungleichheit ist jedoch nicht neu. So wies bereits Herbart vor mehr als 150 Jahren darauf hin: "Die Verschiedenheit der Köpfe ist das grosse Hindernis aller Schulbildung. Darauf nicht zu achten ist der Grundfehler aller Schulgesetze." (Herbart 1843:389) Obschon die Auseinandersetzung mit Heterogenität die Schulpädagogik schon seit Längerem beschäftigt, hat die Thematik in den letzten Jahren an Bedeutung gewonnen und ist zu einem der zentralen Themen geworden (vgl. Rauschenberger 2001). Dazu beigetragen haben sicher auch die PISA-Studien, die dieses Thema jeweils in verschiedenen Zusammenhängen immer wieder aufgreifen (vgl. Buholzer & Kummer-Wyss 2010:7).

Obwohl die Verschiedenheit der Menschen in unserer Gesellschaft der Normalfall ist, wird die Heterogenität in der Schule mehrheitlich als Problem gesehen. Sehr oft steckt dahinter die Annahme, dass optimales Lernen nur dann gelingen kann, wenn alle Lernenden über ähnliche Voraussetzungen und die gleichen Lernziele verfügen (vgl. Schratz & Krainz-Dürr 2003:4ff). Das Denken in Bezug auf den Unterricht ist dadurch sehr oft auf eine homogene Schülerschaft mit imaginären Durchschnittslernenden ausgerichtet. Dementsprechend sollen sich diese in kleinen Lernschritten, auf gleichem Niveau und im selben Tempo die identischen Lerninhalte gemeinsam aneignen (vgl. Buholzer u. a. 2012:6). Ein solcher Unterricht versucht nicht nur die Verschiedenheit der Lernenden zu ignorieren, sondern fördert eine gegenseitige Angleichung, welche sich an leistungsschwächeren Lernenden orientiert (vgl. Eder 2002:156).

Die Herausforderung im Umgang mit der Heterogenität der Lernenden in der Schule ist, diese nicht nur zu akzeptieren, sondern als Potenzial zu nutzen. Vorgegeben sind durch die Lehrpläne die Grobziele, wie in vielen aktuellen Lehrplänen, oder die Kompetenzen, wie es für den Lehrplan 21 vorgesehen ist (vgl. Projekt Lehrplan 21 2012), die die Lernenden am Ende einer Schulstufe erreichen müssen. In Bezug auf die Inhalte, die Lernwege, die aufgewendete Zeit und die benutzten Hilfsmittel sind die Vorgaben weniger eingeschränkt und bieten Möglichkeiten, konstruktiv mit Lernheterogenität umzugehen.

4.3 Heterogene Voraussetzungen der Lernenden

Der Begriff der Heterogenität ist eng mit dem Begriff der Gleichheit verbunden. Ohne Unterschiedlichkeit lässt sich Gleichheit gar nicht erkennen. Um Aussagen über Verschiedenheit und damit auch über Gleichheit machen zu können, werden nicht einzelne Menschen oder Gegenstände, sondern deren Beziehungen untereinander betrachtet (vgl. Prengel 2006:29f). So kann die Heterogenität in der Schule nur erkannt werden, wenn eine Bezugsgrösse zur Verfügung steht. In welcher Ausprägung die Verschiedenheit wahrgenommen wird, hängt dann stark davon ab, welche Merkmale wie betrachtet werden. Um sich also mit Lernen und Lehren in heterogenen Gruppen auseinanderzusetzen, ist es zentral, zu verstehen, in welchen Bereichen sich die Voraussetzungen der Lernenden unterscheiden (vgl. Guldimann 2010:109).

Durch Untersuchungen, wie beispielsweise PISA oder TIMSS, rückte der statistische Zusammenhang zwischen Herkunft oder Geschlecht auf der einen und Lernerfolg auf der anderen Seite ins Zentrum des öffentlichen Interesses (vgl. zum Beispiel Bundesamt für Statistik 2008a, 2008b). Beim Geschlecht ist dabei der Unterschied hauptsächlich in der gesellschaftlichen Einteilung der Geschlechtsgruppen und den damit verbundenen Modellvorstellungen und Erwartungen zu finden (vgl. Faulstich-Wieland 2010:17f). Die soziale und kulturelle Herkunft hat einen Einfluss darauf, was die Lernenden bezüglich Vorwissen und Lernstrategien zu Hause vermittelt bekommen und in die Schule mitbringen. Dies wiederum hat einen Einfluss auf die Lernleistung. Währenddem bei der kulturellen Herkunft oft die Sprache der einschränkende Faktor ist, ist dieser bei der sozialen Herkunft beim Bildungsniveau der Erziehenden zu finden (vgl. Kappus 2010:65ff).

Eine solche Betrachtung der Heterogenität, ausgehend von der Individualität der einzelnen Kinder, kann zwar pädagogisch spannend sein, führt jedoch neben Geschlecht und Herkunft zu einer kaum noch überschaubaren Anzahl Merkmale. Daher soll hier vom Unterricht her gedacht werden und den Fokus auf jene Merkmale gerichtet werden, die einen direkten Einfluss auf diesen haben. Für den Unterricht ist es beispielsweise von grosser Bedeutung, welches Vorwissen die Lernenden zu einem Lerngegenstand mitbringen – und zwar unabhängig von ihrer sozialen Herkunft.

In der Folge soll auf drei Hauptmerkmale eingegangen werden, in denen sich die Lernenden unterscheiden, und die einen direkten Einfluss auf die zu erwartende Lernleistung haben. Diese sind angelehnt an vier Aspekte, wie sie Wellenreuther (2010:437) unterscheidet. Weggelassen wird dabei der Aspekt der Intelligenz, welcher die anderen drei Aspekte zwar beeinflusst, als eigenständiger Punkt aber schwer zu fassen ist. Zudem ist das Ausmass des Einflusses auf die Schulleistung umstritten. (vgl. Guldimann 2010:111)

4.3.1 Vorwissen

Einer der wichtigsten Faktoren, der die Lernleistung des Einzelnen beeinflusst, ist sein bereichs-spezifisches Vorwissen. So schrieb Ausubel "If I had to reduce all of educational psychology to just one principle, I would say this: The most important single factor influencing learning is what the learner already knows." (Ausubel 1978:VI) Kraus und Stark (2005:38ff) gehen davon aus, dass bis zu 50 Prozent des Lernerfolgs vom Vorwissen abhängen. Dabei spielt nicht nur die Menge, sondern auch die Qualität des Wissens eine entscheidende Rolle.

Die Aneignung von neuem Wissen geschieht durch die Einbettung in bestehendes Wissen. So müssen die Lernenden zum Verstehen des Satzes des Pythagoras diesen beispielsweise mit ihrem bisherigen Wissen über Dreiecke, rechte Winkel, Quadratflächen und Addition in Verbindung bringen. Das Vorwissen bildet das Fundament, auf dem neues Wissen aufgebaut wird. Dieses Fundament sieht nun aber bei allen Lernenden unterschiedlich aus und hängt von ihrer bisherigen Auseinandersetzung mit der Thematik ab. Zur Stabilisierung der neuen Inhalte ist es wichtig, dass diese auf das Fundament passen. Wenn die Lernenden keine Möglichkeiten haben, die Aneignung von neuen Inhalten so zu gestalten, dass eine gute Verbindung mit ihrem Vorwissen stattfindet, leidet die Lernleistung darunter.

4.3.2 Lernhaltung (Motivation)

Grosse Unterschiede sind bei den Lernenden bezüglich verschiedenster persönlichkeits-spezifischer Faktoren wie Lernmotivation, Ängstlichkeit, Interessen, Leistungsansprüche, Selbstvertrauen oder Selbstwertgefühl zu beobachten (vgl. Guldimann 2010:110). Diese haben wiederum einen direkten Einfluss auf die Lernleistungen. Eine Studie der OECD zeigt beispiels-weise, dass Schüler, die stark motiviert sind und an ihre eigenen Fähigkeiten glauben, besser lernen, was ihnen wiederum zu besseren Leistungen in der Schule verhilft (vgl. Artelt u. a. 2003). Viele dieser Faktoren haben die Eigenschaft, dass sie sich selbst verstärken können. Interesse an einem Inhalt kann zu Erfolgserlebnissen führen, was wiederum das Interesse steigern kann. Diese positive Verstärkung gibt es aber auf der anderen Seite auch als negative Verstärkung.

Hinter den oben erwähnten persönlichkeitsspezifischen Faktoren steckt immer ein relativ komplexes Wirkungsgefüge mit einer Vielzahl von Einflussfaktoren. In Bezug auf einen einzelnen Lerninhalt, wie es der Satz des Pythagoras ist, spielt sicher die Komplexität und die erwartete Nützlichkeit des Themas eine Rolle. Da diese Beurteilungen sehr subjektiv sind, ergeben sich diesbezüglich grosse Unterschiede innerhalb von Lerngruppen. So wirkt sich beispielsweise Überforderung, Unterforderung oder Desinteressen negativ auf die Lernleistungen der Einzelnen aus und dies bei denselben Inhalte, die andere Lernende problemlos bewältigen.

4.3.3 Metakognitives Wissen und Lernstrategien

Metakognition ist das Wissen der Lernenden über das eigene Denken, Handeln und damit auch Lernen. Wie viel eine Person über sich selber als Lernende, das Bearbeiten von bestimmten Aufgaben, die eigenen Lernstrategien und den Umgang mit den eigenen Stärken und Schwächen weiss, beeinflusst die Lernleistung (vgl. Guldimann 2010:111). Währenddem Piaget (2000:167ff) noch der Ansicht war, dass Kinder erst ab 12 Jahren und damit auf der Stufe des formaloperativen Denkens über sich selber reflektieren können, gehen Studien heute davon aus, dass Kinder bereits viel früher erste Schritte in diese Richtung machen können (vgl. Schneider 1994:71ff). Ohne dass sich Kinder explizit mit ihrem eigenen Lernen beschäftigen, erfassen sie schon früh, welche Lernstrategien sich bewähren und welche nicht.

Lernstrategien unterscheiden sich darin, wie universell sie anwendbar sind. Allgemeine Lernstrategien, wie Ziele setzen, planen und überprüfen, können praktisch auf alle Inhalte angewendet werden. Bereichsspezifische Lernstrategien hingegen sind nur in bestimmten Situationen hilfreich (vgl. Guldimann 2010:110). So können beispielsweise Strategien zur Verknüpfung von bildlichen und formalen Repräsentationen, wie sie beim Satz des Pythagoras erforderlich sind, kaum ausserhalb der Mathematik verwendet werden.

Bezüglich des vorhandenen bereichsspezifischen und allgemeinen Strategiewissens unterscheiden sich die Lernenden der Sekundarstufe 1 stark. Dies hängt einerseits damit zusammen, welche Erfahrungen sie schon gemacht haben, und andererseits, wie intensiv sie sich mit ihrem eigenen Lernen auseinandergesetzt haben.

Nicht nur bezüglich des metakognitiven Wissens selber sind grosse Unterschiede festzustellen, sondern auch bei den effektiv angewendeten Strategien. So gibt es beispielsweise Unterschiede, welche medialen Repräsentationsformen des Lerninhalts bevorzugt werden. Je nach Entwicklungsstand und persönlichen Vorzügen brauchen Lernende eine unterschiedlich abstrakte Repräsentation des Lerninhalts (Bild, Handlung, Sprache, Symbol). Auch bei der benötigten Lernzeit sind grosse Differenzen zu beobachten. Diese kann sich für einzelne Lernaufgaben im Verhältnis eins zu vier unterscheiden (vgl. ebd.:110).

4.4 Umgang mit Heterogenität in der Schule

In der Volksschule umfasst eine Klasse zwischen 15 und 30 Lernende, dabei hat jede und jeder individuelle Lernvoraussetzungen und -bedürfnisse. Weinert (1997:50ff) unterscheidet in diesem Zusammenhang vier unterschiedliche Reaktionsformen auf die Heterogenität in der Schule:

- Ignorieren der Lern- und Leistungsunterschiede (passive Reaktionsform)
- Anpassung der Lernenden an die Anforderungen des Unterrichts (substitutive Reaktionsform)
- Anpassung des Unterrichts an die lernrelevanten Unterschiede zwischen den Lernenden (aktive Reaktionsform)
- Gezielte Förderung der einzelnen Lernenden durch adaptive Gestaltung des Unterrichts (proaktive Reaktionsform)

In der Folge sollen diese Reaktionsformen bezüglicher ihrer derzeitigen Verbreitung und der Eignung für den konstruktiven Umgang mit Heterogenität genauer betrachtet werden.

4.4.1 Passive Reaktionsform

Die unterschiedlichen Voraussetzungen der Lernenden werden ignoriert. In diesem Fall geht die Lehrperson von einem fiktiven Durchschnittslernenden aus und orientiert das Anforderungsniveau, das Tempo und die methodische Gestaltung an diesem.

Das Ignorieren der Heterogenität ist die Reaktionsform mit dem geringsten Aufwand für Lehrkräfte und Schulbehörden und ist daher auch sehr oft anzutreffen. Die Nichtbeachtung der Heterogenität kann die Ungleichheit aber weder reduzieren noch beseitigen, sondern führt oft dazu, dass leistungsstarke Lernende noch stärker und leistungsschwache noch schwächer werden (vgl. Buholzer & Kummer-Wyss 2010:82).

4.4.2 Substitutive Reaktionsform

Bei der substitutiven Reaktionsform wird mit schulorganisatorischen Massnahmen versucht, die Heterogenität der einzelnen Lerngruppen zu reduzieren. Dazu werden entweder die Klassen so zusammengesetzt, dass diese im Hinblick auf die gewählten Kriterien möglichst homogen sind, oder es wird spezieller Förderunterricht für einzelne Lernende angeboten, um deren Lernvoraussetzungen so zu verbessern, dass sie den Unterrichtsanforderungen entsprechen.

Die äussere Differenzierung, und damit die Einteilung der Lernenden in möglichst homogene Gruppen, ist die derzeit auf der Sekundarstufe I in der Schweiz am weitesten verbreitete Reaktionsform (vgl. Buholzer & Kummer-Wyss 2010:9). Währenddem auf der Primarstufe die Einteilung in Klassen einzig aufgrund des Jahrgangs geschieht, werden die Lernenden auf der Sekundarstufe I zusätzlich nach dem Kriterium der schulischen Leistungen in Gruppen eingeteilt.

Dies entweder in Form von Klassen, von Leistungsgruppen in einzelnen Fächern oder von Kombinationen davon. Diese versuchte Homogenisierung von aussen hat oft zur Folge, dass sich die Schulleistungen der Lernenden in diesen Gruppen angleichen und sich dabei am schwächeren Mittelfeld orientieren. Gerade in Leistungsgruppen mit Grundanforderungen führt dies häufig zu einer generellen Senkung des Anforderungsniveaus (vgl. Eder 2002:156).

Daneben muss auch beachtet werden, dass für die Einteilung in Lerngruppen immer nur ein Teil der relevanten Kriterien beachtet werden kann und die Heterogenität in anderen lernrelevanten Bereichen bestehen bleibt. Wenning (2008:375ff) spricht in diesem Zusammenhang von Merkmalsorientierung. Dabei wird ein einzelnes Merkmal ins Zentrum gestellt, beispielsweise das Geschlecht, der Migrationshintergrund oder die Begabung in einem Unterrichtsfach. Wer dabei von einer vordefinierten Norm abweicht, hat Anspruch auf spezifisch auf dieses Merkmal abgestimmte Fördermassnahmen. Durch den Fokus auf einige wenige Merkmale, bei denen Förderbedarf besteht, geht oft der Blick auf das Gesamtbild verloren. Den Lernenden gelingt es dadurch nicht, ihre Lernressourcen möglichst optimal auszuschöpfen. So fordern Buholzer und Kummer-Wyss: "Es sollen also nicht noch mehr Energien in die (gescheiterten) Homogenisierungsversuche investiert werden, sondern viel mehr Alternativen weiterentwickelt werden, die das Potenzial der Verschiedenheit für Lernprozesse nutzen." (Buholzer & Kummer-Wyss 2010:83)

4.4.3 Aktive Reaktionsform

Die aktive Reaktionsform versucht, die Heterogenität zu akzeptieren und den Unterricht dementsprechend zu gestalten. Die innere Differenzierung (auch Binnendifferenzierung genannt) möchte, im Gegensatz zur äusseren Differenzierung, zu welcher die substitutive Reaktionsform zählt, den einzelnen Lernenden innerhalb der bestehenden Lerngruppe individuell fördern.

Durch das Anbieten verschiedener Lernwege im Unterricht wird versucht, den unterschiedlichen Lernbedürfnissen und -voraussetzungen der Lernenden Rechnung zu tragen. Der Unterricht ist also nicht mehr auf imaginäre Durchschnittslernende ausgerichtet, sondern bietet verschiedene Zugänge zu den Lerninhalten. Der Lehrperson kommt dadurch folgende Aufgabe zu: " (...) unter bestmöglicher Berücksichtigung der inhaltlichen Ziele des Unterrichts (Sachkompetenz), der Wissens- und Lernvoraussetzungen der Schülerinnen und Schüler und der situativen Aspekte des Lernens (diagnostische Kompetenz), der optimalen Orchestrierung der Lernsituation (Klassenmanagement) den Unterricht so zu gestalten, dass möglichst viele Schülerinnen und Schüler optimal lernen und verstehen." (E. Beck & Guldimann 2006:224)

In Bezug auf den Satz des Pythagoras könnte die aktive Reaktionsform bedeuten, dass den Lernenden verschiedene Zugänge zur Thematik geboten werden. Dank verschiedenster

Anknüpfungspunkte zur bisherigen Wissensumwelt kann die Motivation, sich mit der Thematik zu beschäftigen, gesteigert und der Aufbau von neuem Wissen erleichtert werden. Durch das Zurverfügungstellen der Lerninhalte in verschiedenen medialen Repräsentationsformen, wie beispielsweise als Text, Bild und animierte Präsentation, finden die Lernenden Hilfsmittel, die zu ihren bevorzugten Lernstrategien passen.

Die aktive Reaktionsform hat aber auch ihre Grenzen. So ist es nicht möglich, die Lernumgebung so zu gestalten, dass alle Lernenden die optimalen Bedingungen für ihr Lernen vorfinden werden. Dies auch vor dem Hintergrund, dass die Lernumgebung für die Lernenden überblickbar bleiben und die angebotene Vielfalt nicht zu einer Überforderung führen sollte.

4.4.4 Proaktive Reaktionsform

Ausgangspunkt der proaktiven Reaktionsform ist die oder der einzelne Lernende mit all ihren oder seinen Merkmalen und deren Ausprägungen. Lernende werden bei dieser Individuums-orientierung (vgl. Wenning 2008:375ff) nicht mehr auf ein Merkmal reduziert, sondern es wird versucht, ein Gesamtbild zu erhalten, bei welchem auch das Zusammenspiel der verschiedenen Merkmale berücksichtigt wird. Dementsprechend sollen dann auch alle Lernenden individuell gefördert werden.

Aufgrund der unterschiedlichen Lernvoraussetzungen wird davon ausgegangen, dass nicht alle Lernenden das Gleiche erreichen können. Differenzielle Lernziele sollen auf individuellen Lernwegen erreicht werden (vgl. Weinert 1997:52). Dabei übernehmen die Lernenden einen Grossteil der Verantwortung für ihr Lernen und die Lehrperson steht ihnen als begleitender Coach zur Seite. Durch diese Freiheit bei der Organisation des eigenen Lernens können die Lernenden dieses so gestalten, dass es ihren individuellen Fähigkeiten entspricht.

Soll die Heterogenität in der Schule nicht weiter als Problem erlebt werden, sondern als Chance, sind proaktive Reaktionsformen zur Gestaltung des Unterrichts gefragt.

4.5 Umgang mit Heterogenität aus lernpsychologischer Sicht

Lernen ist der Erfahrungsprozess, der einer Person hilft, Können (beobachtbar) und Wissen (unsichtbar) aufzubauen (vgl. Bodenmann u. a. 2004:14). Der Umgang mit Heterogenität in der Schule hängt eng damit zusammen, wie die Vorgänge des Lernens verstanden werden. In den letzten 50 Jahren hat sich diese Vorstellung grundsätzlich verändert. Dabei gibt es nicht eine richtige Lerntheorie, sondern alle beinhalten unterschiedliche Sichtweisen auf das Phänomen des Lernens und tragen dazu bei, dieses besser zu verstehen. Lernen wird heute weitgehend als konstruktiver Prozess gesehen. Dabei ist jedoch zu definieren, was unter der Bezeichnung "konstruktivistisch" verstanden wird, da dieser Begriff für eine ganze Reihe von Theorierichtungen und verschiedenste Wissenschaftsbereiche verwendet wird (vgl. Diesbergen 2012:47f). Durch die Vermischung der didaktischen und der lernpsychologischen Ebene des Konstruktivismus kommt es häufig zu Fehlschlüssen. So bedingt beispielsweise eine konstruktivistische Ansicht der Lernpsychologie nicht zwingend eine konstruktivistische Didaktik und damit eine Nicht-verwendung von direkter Instruktion (vgl. ebd.:54f). Im Zentrum des lernpsychologischen Konstruktivismus steht die Aussage, dass Lernen ein aktiver Konstruktionsprozess ist.

In der Literatur wird häufig zwischen kognitivem und sozialem lernpsychologischen Konstruktivismus unterschieden (vgl. Seel 2000:24f). Während die erste Ausrichtung auf den einzelnen Lernenden und seine Auseinandersetzung mit den Lerninhalten fokussiert, betont die zweite die Wichtigkeit der sozialen Umgebung für den Lernprozess. Die beiden lernpsychologischen Richtungen des Konstruktivismus sind jedoch nicht als völlig gegensätzliche Theorien zu verstehen, sondern hängen in vielen Bereichen eng zusammen. So fragt sich beispielsweise Weinert (1998:208), ob nicht alle sozio-kulturellen Erfahrungen im Kopf verarbeitet werden und daher eine Teilmenge der kognitiven Prozesse seien. Lernen umfasst immer gleichzeitig soziale und kognitive Faktoren.

Eine ähnliche Abgrenzung machen Reinmann und Eppler (2007:36f), indem sie Lernen als Auseinandersetzung mit der Wissensumwelt sehen und dabei zwei Hauptbereiche unterscheiden, die materiale und die soziale Wissensumwelt. Der Konnektivismus stellt diese Interaktion mit der Wissensumwelt ins Zentrum seiner Betrachtungen zur Wissensaneignung. Die von Siemens (2004) entwickelte Theorie sieht den Menschen nicht als isoliertes Individuum, sonders als Teil eines Netzwerks aus Menschen und nicht-menschlichen Quellen. Lernen ist dann ein selbst organisierter Prozess in realen oder virtuellen Netzwerken, bei dem es vor allem darum geht, Verbindungen herzustellen (vgl. Reinmann 2011b:4f). Ob der Konnektivismus eine eigene Lerntheorie darstellt, ist jedoch stark umstritten.

In der Folge soll sowohl der individuelle als auch der soziale Lernprozess im Hinblick auf den Umgang mit Heterogenität genauer unter die Lupe genommen werden.

4.5.1 Individueller Lernprozess

Die individuelle oder auch kognitive Sichtweise auf den lernpsychologischen Konstruktivismus sieht im Lernen einen Prozess, bei dem das Individuum kognitive Strukturen aufbaut. Diese Strukturen werden als semantisches Netzwerk angesehen, in welchem die einzelnen Elemente durch Verknüpfungen miteinander in Beziehung gesetzt werden. Dieser individuelle Konstruktionsprozess vollzieht sich durch die aktive Auseinandersetzung mit dem Lerngegenstand. Dabei versuchen die Lernenden, die neuen Inhalte mit der bereits vorhandenen Wissensstruktur in Verbindung zu bringen.

Da die Wissensstruktur von der Individualität des einzelnen Lernenden geprägt ist, muss sie auch jeder selbstständig aufbauen. Die Lehrperson soll den Lernenden nicht ihre Struktur aufzwingen, sondern sie beim Aufbau der eigenen unterstützen. Aebli als prominenter Vertreter des Konstruktivismus sieht dabei vier wichtige Stufen, die heute unter dem PADUA-Modell bekannt sind: problemlösender Aufbau, Durcharbeiten, Ueben und Anwenden (vgl. Aebli 2011:275ff).

Der Aufbau der Wissensstruktur geschieht in der Schule zu einem grossen Teil durch die Auseinandersetzung mit der materialen Wissensumwelt. Diese besteht aus vom Menschen gemachten Objekten, die für andere Menschen zugänglich sind. So gehören beispielsweise Bücher, Zeitungen, Zeitschriften, Fernsehen, Radio oder Internet zu den wesentlichen Bestandteilen unserer materialen Wissensumwelt. Die Inhalte sind dabei in unterschiedlichen Symbolsystemen vorhanden: geschriebene und gesprochene Sprache, statische und dynamische Bilder sowie jegliche Kombinationen davon (vgl. Reinmann & Eppler 2007:36). Währenddem früher den Lernenden in der Schule hauptsächlich Schulbücher und damit gedruckter Text zur Verfügung stand, werden die Lernmittel in Bezug auf die mediale Aufbereitung immer vielfältiger. Zudem bietet das Internet Zugang zu einer beinahe unendlichen Zahl von Objekten der materialen Wissensumwelt. Dies eröffnet eine grosse Menge von neuen Möglichkeiten, stellt aber gleichzeitig auch neue Herausforderungen für Lernende und Lehrende dar.

In Bezug auf die Lernheterogenität ist die Vielfalt der materialen Wissensumwelt sicher ein Gewinn. So gibt es die Möglichkeit, dass Lernende je nach eigenen Präferenzen aus verschiedenen medialen Zugängen zu einem Thema auswählen können. Diese Auswahl zu treffen, erfordert aber metakognitives Wissen vonseiten der Lernenden. Diese müssen sich bewusst sein, welcher Zugang zur materialen Wissensumwelt für ihr Lernen am gewinnbringendsten ist.

4.5.2 Sozialer Lernprozess

Für den sozialen lernpsychologischen Konstruktivismus gilt die Theorie von Lev Vygotsky (2002) als grundlegend. Im Zentrum steht dabei die Ansicht, dass ein Individuum immer in einem sozialen und kulturellen Kontext lernt, mit dem es interagiert. Die Lernenden konstruieren zwar ihre Wissensstruktur immer noch selbstständig, doch muss diese sozial und kulturell akzeptiert sein. Daher bedeutet Lernen immer auch ein Aushandeln der persönlichen Wissensstruktur mit der sozialen Umwelt. Das Begründen, Diskutieren und Aushandeln führt dann idealerweise zu Lernzuwachs und Verstehen. Mit der sozialen Wissensumwelt sind alle Personen des jeweiligen Umfelds eines Menschen und deren personales Wissen gemeint. Zugang zu diesem Wissen erhalten wir dadurch, dass wir mit diesen Menschen in eine soziale Interaktion treten (vgl. Reinmann & Eppler 2007:37).

Im Umgang mit Lernheterogenität kommt der sozialen Wissensumwelt eine ganz zentrale Bedeutung zu. Im Gegensatz zur materialen Wissensumwelt kann diese von sich aus auf die verschiedenen Voraussetzungen der einzelnen Lernenden Rücksicht nehmen und konstruktiv mit dieser umgehen. Gemäss Vygotsky (2002:300) findet dabei Lernen in der Zone der nächsten Entwicklung statt, also dort, wo die Lernenden mit Hilfe einer kompetenteren Person lernen können. Lehrpersonen sollen nicht den Wissensobjekten der materialen Wissensumwelt gleichen und sich auf das Zurverfügungstellen ihres Wissens beschränken, sondern die Individualität der Lernenden berücksichtigen. Dabei darf aber nie ausser Acht gelassen werden, dass Lernen ein aktiver Prozess ist, der von den Lernenden selbst geleistet werden muss. Vonseiten der Lehrperson geht es darum, den Lernprozess zu begleiten, motivierend zu unterstützen und wo nötig Hilfe anzubieten. Zur individuellen Lernförderung muss die Lehrperson in der Lage sein, den Lernprozess zu erfassen und förderorientiert zu diagnostizieren (vgl. Buholzer 2010:97ff). Zudem muss die Lehrperson offen sein für unterschiedliche Lernwege und die Sichtweise nicht auf das aus ihrer Sicht richtige Vorgehen beschränken.

Im sozialen Lernprozess steckt zudem die Chance, die Lernheterogenität als Potenzial zu nutzen. Indem die Lernenden miteinander in Kontakt treten und über den Lerngegenstand austauschen, lernen sie verschiedenste Perspektiven kennen. Dies hilft ihnen nicht nur, eine umfassendere Wissensbasis aufzubauen, sondern erweitert auch ihr metakognitives Wissen.

4.6 Fazit und Didaktische Entwicklungsaufgaben

Anhand der Auseinandersetzung mit dem Satz des Pythagoras als Schulstoff der Sekundarstufe 1 in Kapitel 3 und dem Umgang mit Heterogenität in der Schule (Kapitel 4) gilt es nun zu überlegen, welche didaktischen Entwicklungsaufgaben sich daraus für die konkrete Lernumgebung ergeben. Geleitet werden diese Überlegungen zudem von den Forschungsergebnissen von Reusser in Bezug auf das Lernen:

> "Je aktiver und selbstmotivierter, je problemlösender und dialogischer, aber auch je bewusster und reflexiver Wissen erworben resp. (ko-)konstruiert wird, desto besser wird es verstanden und behalten (Transparenz, Stabilität), desto beweglicher kann es beim Denken und Handeln genutzt werden (Transfer, Mobilität) und als desto bedeutsamer werden die mit dessen Erwerb verbundenen Lernaufträge erfahren (Motivationsgewinn, Zugewinn an Lernstrategien, Selbstwirksamkeit)." (Reusser 2006:159)

Die Lernumgebung ...

- ... berücksichtigt die Individualität der Lernenden.

  (Alle Lernenden bringen unterschiedliche Voraussetzungen mit. Damit die Auseinandersetzung mit dem Lerngegenstand zu einem möglichst grossen Wissenszuwachs führt, muss die Individualität der Lernenden berücksichtigt und die Lernumgebung entsprechend differenziert gestaltet werden.)
- ... fördert die selbstaktive Auseinandersetzung mit dem Lerngegenstand.

  (Aus konstruktivistischer Sicht ist Lernen ein aktiver Prozess, den jeder Lernende selber leisten muss. Die Lernumgebung sollte dementsprechend so gestaltet sein, dass die Lernenden motiviert werden, sich aktiv mit dem Lerngegenstand auseinanderzusetzen und ihr Wissen zu erweitern.)
- ... führt zu beweglichem Wissen.

  (Das in der Lernumgebung erworbene Wissen darf nicht am Lerngegenstand festkleben, sondern muss auch auf zukünftige Inhalte anwendbar sein. Die Lernenden sollen sich metamathematisches Wissen und überfachliche Kompetenzen aneignen können.)
- ... macht die singulären Konzepte der Lernenden explizit.

  (Je mehr die Lernenden über ihr eigenes Lernen, ihre Lernstrategien, ihre Lernstärken und -schwächen wissen, desto besser können sie damit umgehen und desto einfacher wird es für die Lehrkräfte, sie dabei zu unterstützen.)
- ... fördert den Austausch zwischen den am Lernprozess beteiligten Personen.

  (Durch den Austausch unter den Lernenden aber auch zwischen den Lernenden und der Lehrperson soll voneinander gelernt werden können. Indem die Unterschiede bewusst gemacht werden, und darüber diskutiert wird, bietet die Heterogenität ein Potenzial für den Wissenserwerb.)

5 Lernumgebung zum Satz des Pythagoras

Anhand der fünf didaktischen Entwicklungsaufgaben soll nun eine Lernumgebung zum Satz des Pythagoras skizziert werden. Das Ziel dieser ist es, dass Lernende mit unterschiedlichen Voraussetzungen ein vertieftes Verständnis des Satzes des Pythagoras erwerben, sich metamathematisches Wissen aneignen und gleichzeitig ihre überfachlichen Kompetenzen erweitern. Dabei soll das Potenzial der Heterogenität konstruktiv genutzt werden.

In einem ersten Schritt wird aufgezeigt, wie die Lernumgebung inhaltlich und organisatorisch strukturiert werden soll. Gesondert betrachtet wird anschliessend in Kapitel 5.2 die soziale Organisation als wichtiges Element der Lernumgebung, wobei es hauptsächlich um die Erfüllung der beiden letzten Entwicklungsaufgaben geht. All diese Bemühungen zum konstruktiven Umgang mit Heterogenität würden wirkungslos bleiben, wenn nicht auch die Leistungsbewertung entsprechend angepasst wird. Darauf, wie dies aussehen könnte, soll unter 5.3 am Ende dieses Kapitels eingegangen werden.

Diese Beschreibung der konkreten Lernumgebung bietet anschliessend die Grundlage, um in Kapitel 6 detailliert darauf einzugehen, inwiefern Neue Medien ein zusätzliches Potenzial im Umgang mit Heterogenität bieten und wie dieses genutzt werden kann.

5.1 Inhaltliche und organisatorische Struktur der Lernumgebung

Bei der nachfolgenden Ausarbeitung der inhaltlichen und organisatorischen Struktur der Lernumgebung zum Satz des Pythagoras stehen die ersten drei Entwicklungsaufgaben im Zentrum. Das heisst, es wird darauf geachtet, dass genügend Raum für individuelle Lernwege vorhanden ist, dass die Lernenden motiviert werden, sich aktiv mit den Lerninhalten zu befassen, und dass die Vielfalt des Satzes für einen breiten Wissenserwerb genutzt wird.

Die Lernumgebung soll induktiv aufgebaut werden und von einem exemplarischen Phänomen ausgehend allgemeines Wissen aufbauen. Die Grobstruktur orientiert sich zudem am PADUA-Modell von Aebli (2011:277ff), welches den Lernprozess in vier Stufen einteilt: problemlösender Aufbau, Durcharbeiten, Ueben und Anwenden. Daneben sollen die Grundlagen geschaffen werden, die Reflexion und soziales Lernen begünstigen. Worauf dann, wie erwähnt, in Kapitel 5.2 genauer eingegangen wird.

Die Lernumgebung wird dabei grob gesehen in sechs Phasen aufgeteilt. Nach einem gemeinsamen Einstieg anhand eines erstaunlichen Phänomens machen sich alle Lernenden auf individuellen Wegen daran, sich Wissen zu diesem Phänomen anzueignen. Dieses Wissen wird anschliessend gefestigt und beweglich gemacht, bevor sich die Lernenden mit der Thematik des

mathematischen Beweisens beschäftigen. Nach einer individuellen Übungsphase wird zum Abschluss das neu erworbene Wissen zusammengetragen und festgehalten.

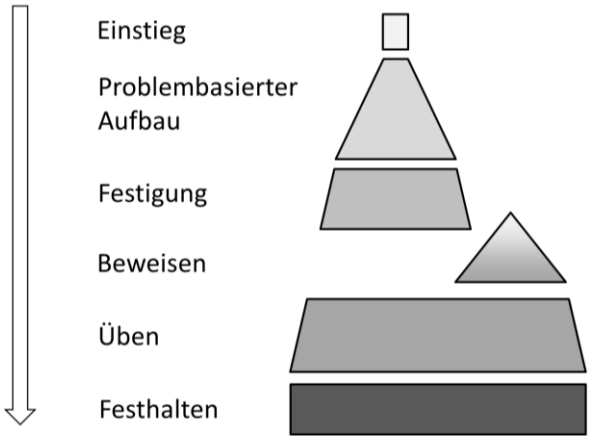


Abbildung 4: Überblick zum Aufbau der Lernumgebung

5.1.1 Einstieg

Das Ziel des Einstiegs in die Lernumgebung zum Satz des Pythagoras ist es, die Lernenden zu motivieren, sich anschliessend selbstständig mit der Thematik auseinanderzusetzen. Diese Motivation ist eine wichtige Grundlage, damit es den Lernenden gelingt, sich neues und bewegliches Wissen anzueignen. Die Lernmotivation ist dabei, wie schon weiter oben ausgeführt, ein persönlichkeitsspezifischer Faktor, dessen Unterschiede es zu beachten gilt.

Dieses Ziel des Einstiegs in die Lernumgebung soll durch die folgenden drei Grundpfeiler erreicht werden:

- Erstaunliches Phänomen
  Die Lernenden sollen mit einem Phänomen konfrontiert werden, welches erstaunt und nicht einfach zu erklären ist. Es soll die Lernenden anregen, dieses Phänomen genauer zu untersuchen und die Gesetzmässigkeit dahinter zu erforschen. Ein solcher Anker wie er Basis der "Anchored Instruction" ist, wirkt sich positiv auf die Motivation und den Lerneffekt aus (vgl. Bransford u. a. 1990:123).
- Bezug zum Alltag
  Dieser Anker soll für die Lernenden zudem einen Bezug schaffen zwischen dem mathematischen Thema und ihrem Alltag. Neues Wissen, welches nicht nur auf einer mathematischen Grundlage beruht, sondern auch Verknüpfungen zu Interessensfeldern der Lernenden beinhaltet, wird mit grösserer Motivation angeeignet und ist stabiler (vgl. Guldimann 2010:110). Da die Interessen der Lernenden jedoch sehr unterschiedlich sind, ist darauf zu achten, dass der Einstieg möglichst viele Anknüpfungspunkte bietet.

- Bezüge zur Entstehungsgeschichte der Mathematik

  Der Satz des Pythagoras bietet viele Anknüpfungspunkte zur Entstehungsgeschichte der Mathematik. Für die Motivation der Lernenden ist es wichtig, zu sehen, dass Mathematik nicht nur gelernt wird, weil es auf dem Stundenplan steht, sondern weil daraus resultierende Erkenntnisse der Menschheit in vielen Bereichen weiterhelfen.

  Das exemplarische Erfahren, wie die Wissenschaft der Mathematik entstanden ist, soll den Lernenden helfen, diese besser zu verstehen. So forderte bereits Comenius (1993:140): "Am besten also, am leichtesten und am sichersten werden die Dinge so erkannt, wie sie entstanden sind (...) Daher möge der Gang der Lehre dem Gang der Tatsachen folgen und das Frühere zuerst, das Spätere nachher bringen."

Inhalt

Für den Einstieg in die Thematik des Satzes des Pythagoras wird auf die Anfänge der Geometrie zurückgegriffen. Heron von Alexandrien beschreibt in seiner Geometria, wie praktische Probleme es für die Leute in Ägypten notwendig machten, sich mit Vermessung und damit mit Geometrie zu befassen:

> "Wie der alte Bericht uns lehrt, haben die meisten Menschen sich mit Vermessung und Verteilung von Land abgegeben, woraus der Name Geometrie (Landvermessung) entstanden ist. Die Erfindung aber der Vermessung ist von den Ägyptern gemacht; denn wegen des Steigens des Nils wurden viele Grundstücke, die deutlich zu erkennen waren, unkenntlich durch das Steigen, viele auch noch nach dem Fallen, und es war dem einzelnen nicht mehr möglich sein Eigentum zu unterscheiden; daher haben die Ägypter diese Vermessung erfunden, bald mit dem sogenannten Messband, bald mit der Rute, bald mit anderen Massen. Da nun die Vermessung notwendig war, verbreitete sich der Gebrauch zu allen lernbegierigen Menschen." (Heron 1976:177)

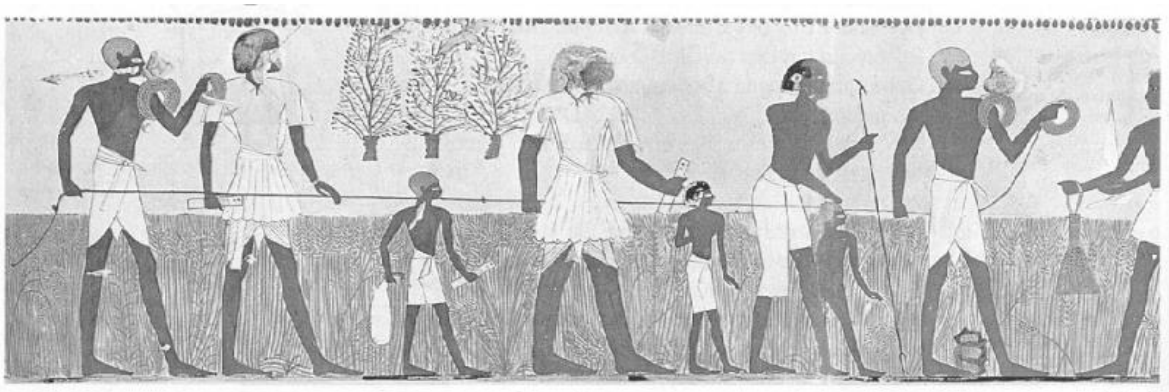


Abbildung 5: Ägyptische Seilspanner beim Feldmessen. Wandmalerei im Grab des Menna in: Theben um 1420 v. Chr.

Obwohl wissenschaftlich umstritten, gibt es laut Hoehn und Huber (2005:18ff) Hinweise, dass den Ägyptern bereits bekannt war, dass ein Dreieck mit dem Seitenverhältnis 3:4:5 rechtwinklig ist. Zur Bestimmung von rechten Winkeln diente unbestätigten Angaben zufolge unter anderem eine

Schnur, die durch Knöpfe in zwölf gleichlange Stücke eingeteilt war. Wenn mit dieser ein Dreieck mit dem oben erwähnten Seitenverhältnis gebildet wird, entsteht in einer Ecke ein Winkel von exakt neunzig Grad. So gelang es bereits damals, rechtwinklige Gebiete exakt abzustecken.

Organisation

Der inhaltliche Einstieg in die Lernumgebung zum Satz des Pythagoras wird von der Lehrperson in der Form einer kurzen Präsentation durchgeführt. Bei Bedarf könnte diese auch als kommentierte Powerpoint-Präsentation den Lernenden, die zum Zeitpunkt des Einstiegs abwesend sind, zur Verfügung gestellt werden.

Mit dem gemeinsamen Start wird betont, dass sich ab diesem Zeitpunkt alle Lernenden auf einem Weg mit ähnlichen Zielen befinden. Dieses Bewusstsein ist für die gegenseitige Unterstützung, auf welche unter Punkt 5.2.2 detailliert eingegangen wird, wichtig. Zudem hat die Lehrperson durch den Frontalunterricht die Möglichkeit, zu erkennen, ob das Ziel des Einstiegs erreicht wurde, und die Lernenden für die selbstaktive Auseinandersetzung mit dem Lerngegenstand motiviert sind. Wenn dies nicht der Fall wäre, könnte sofort reagiert und die Inhalte erweitert oder entsprechend angepasst werden.

Alle verwendeten Unterlagen wie Fotos, Texte und Weblinks stehen den Lernenden anschliessend zur Verfügung. Damit kann der Einstieg später nochmals nachvollzogen werden und die einzelnen Artefakte können für die Dokumentation der Auseinandersetzung mit dem Thema verwendet werden.

Rahmen

Die Lehrperson startet die Präsentation mit einigen Bildern zu Ägypten (Pyramiden, Strand, Nil, Kamele, Wüste). Anhand eines Satellitenfotos wird anschliessend gemeinsam auf die Bedeutung des Nils als Lebensquelle eingegangen. Die Lehrperson erklärt, wie wichtig früher die jährlichen Überschwemmungen zur Regenzeit für die Fruchtbarkeit des Bodens waren. Daneben weist sie auf die Problematik nach dem Rückgang des Hochwassers hin, wenn nicht mehr genau zu erkennen war, wo die Grenzen zwischen den einzelnen Grundstücken lagen. Für die Landbesitzer waren daher möglichst genaue Vermessungsmethoden von grosser Bedeutung.

Diese Schilderung der Rahmenbedingungen soll Anknüpfungspunkte für möglichst viele Lernende bieten. So waren eventuell schon einzelne Lernende dort in den Ferien, würden gerne dort hin, interessieren sich für fremde Länder, finden die Wüste spannend, sind fasziniert von der Bedeutung des Nils oder interessieren sich dafür, wie früher vermessen wurde.

Praktische Vermessung

Das Messen von Strecken war mit genormten Stangen relativ einfach zu bewerkstelligen. Etwas schwieriger war das exakte Abmessen von rechten Winkeln. Die Lehrperson erklärt, dass hierfür teilweise ein Seil verwendet wurde, welches durch Knöpfe in zwölf gleichlange Stücke eingeteilt war. Indem drei Personen an bestimmten Knoten das Seil hielten und ein Dreieck bildeten, konnte ein exakter rechter Winkel gebildet werden. Die Lernenden sind anschliessend aufgefordert, in Zweiergruppen dieses Vorgehen nachzuvollziehen und die richtigen drei Knoten für das Halten herauszufinden. Dazu bekommen sie eine Schnur von 120 Zentimetern Länge und teilen diese mit einem wasserfesten Filzstift in zwölf Stücke von je zehn Zentimetern Länge ein.

Bei dieser praktischen Übung geht es darum, dass die Lernenden den Zusammenhang der drei Seiten in einem rechtwinkligen Dreieck durch eigenes Handeln erleben. Dadurch werden sie mit einem für sie noch unerklärbaren Phänomen konfrontiert, welches sie motivieren soll, weitere Überlegungen anzustellen.

Überblick zur Lernumgebung

Nachdem die Ergebnisse der praktischen Vermessungsaufgaben besprochen wurden, gibt die Lehrperson einen kurzen Überblick über die Lernumgebung, die Lernwerkzeuge und die Termine. So wissen die Lernenden, was in etwa auf sie zukommt, und können ihre persönliche Auseinandersetzung mit dem Lerngegenstand in der Lernumgebung planen.

5.1.2 Problembasierter Aufbau des Satzes des Pythagoras

Nach dem gemeinsamen Einstieg ist das Ziel der zweiten Phase, den mathematischen Zusammenhang der drei Seiten in einem rechtwinkligen Dreieck zu kennen, und mit eigenen Worten formulieren zu können.

Den Weg vom Phänomen, welches sie beim Einstieg kennengelernt haben, zum Satz des Pythagoras sollen die Lernenden zu grossen Teilen selber bestimmen und dadurch ihren individuellen Voraussetzungen anpassen können. Im Zentrum steht dabei das selbstständige Forschen. Was die Lernenden selber entdecken können, bleibt viel nachhaltiger in Erinnerung, als fertige Strukturen, die sie von einer Fachperson übernehmen müssen (vgl. Wagenschein 2010:79). Daneben soll genügend Raum zur Verfügung stehen, um das eigene Lernen zu reflektieren und mit Mitlernenden darüber auszutauschen. Die Lehrperson rückt in dieser Phase des Lernprozesses etwas in den Hintergrund, versucht die Lernenden positiv zu bestärken und greift nur ein, wenn Lernende überhaupt nicht mehr weiterkommen, und aus diesem Grund die Motivation sinkt.

Inhalt

Für die Lernenden gilt es, die folgenden beiden Aufträge zu erfüllen:

- Finde neben der Kombination 3-4-5 noch mindestens zwei andere Möglichkeiten, eine Schnur zum Abstecken von rechten Winkeln zu knüpfen.
- Welcher Zusammenhang besteht zwischen den drei Seitenlängen in einem rechtwinkligen Dreieck? Versuche eine allgemeine Regel zu finden und überprüfe diese sowohl mit den vorher gefundenen Beispielen als auch mit zwei weiteren Kombinationen.

Als Hilfe für die Bewältigung der beiden Aufträge steht den Lernenden eine praktische Aufgabe zur Verfügung. Diese ist eine Möglichkeit, den ersten Auftrag zu bewältigen, und gibt zudem Hinweise zur gesuchten Gesetzmässigkeit des zweiten Auftrags. Bei dieser Aufgabe müssen die Lernenden aus einem Häuschenpapier 18 Quadrate mit einer Seitenlänge zwischen 3 und 20 Häuschen ausschneiden. Anschliessend werden die Kombinationen aus drei Quadraten gesucht, die Ecken an Ecken gelegt ein rechtwinkliges Dreieck einschliessen (vgl. Affolter u. a. 2004:28).

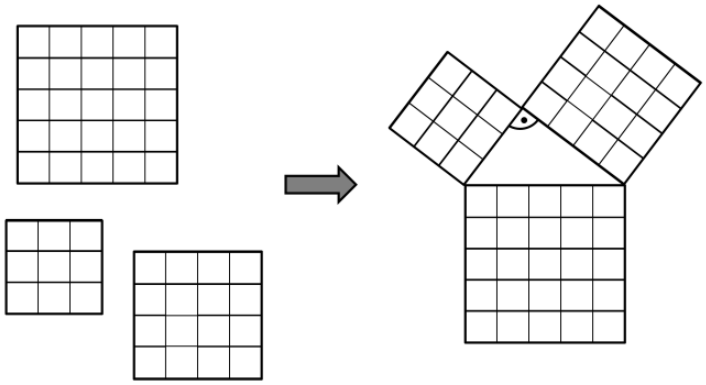


Abbildung 6: Aufgabe am Beispiel der Kombination 3-4-5

Organisation

Gleich zu Beginn werden die Lernenden mit den beiden Aufträgen und der Hilfsaufgabe konfrontiert. In Einzelarbeit gilt es anschliessend, die beiden Aufträge zu erfüllen. Ob sie dazu die Hilfsaufgabe verwenden, oder einen eigenen Weg finden, ist den Lernenden überlassen.

Ihren Weg vom Phänomen der Landvermessung der Ägypter zur Erkenntnis, dass die beiden Quadrate über den Katheten zusammen den gleichen Flächeninhalt haben, wie das Quadrat über der Hypotenuse, müssen die Lernenden in einem Lernjournal festhalten. Schriftlich formulieren sie dabei ihre Überlegungen, Vorgehensweisen, Erkenntnisse und Resultate. Diese werden bei Bedarf mit eigenen Skizzen, Fotos oder Filmen ergänzt. Dieses Lernjournal dient sowohl der persönlichen Reflexion als auch der Kommunikation mit den Mitlernenden und der Lehrperson, wie in Kapitel 5.2 zur sozialen Organisation der Lernumgebung näher beschrieben wird. Für

Fragen, die während der Bearbeitung der beiden Aufträge auftauchen, steht ein Frage-Antwort-Pool zur Verfügung, in welchem sowohl die Mitlernenden als auch die Lehrperson weiterhelfen können.

Wenn jemand das Gefühl hat, die beiden Aufträge erfolgreich abgeschlossen zu haben, teilt er oder sie dies der Lehrperson mit, welche nach dem Überprüfen der herausgefundenen Gesetzmässigkeit bezüglich der mathematischen Korrektheit bestimmt, ob an den nächsten Aufträgen weitergearbeitet werden kann. Dies gibt einerseits den Lernenden die Sicherheit, dass sie sich auf dem richtigen Weg befinden, und der Lehrperson den groben Überblick über die Fortschritte der einzelnen Lernenden.

5.1.3 Festigung der gefundenen Gesetzmässigkeit

Die gefundene Gesetzmässigkeit soll in der Festigungsphase vertieft und beweglich gemacht werden. Die Lernenden lösen dabei ihr Denken von der Aufgabe mit den Quadraten und wenden die dabei gemachten Erkenntnisse auf andere Situationen an. Es geht also darum, den Grundgedanken, dass die beiden Quadrate über den Katheten zusammengezählt gleich gross sind, wie das Quadrat über der Hypotenuse, so umzuformen, dass aus zwei gegebenen Seiten eines rechtwinkligen Dreiecks die Dritte berechnet werden kann. Zudem werden hier Verbindungen zu anderen mathematischen Themen und Alltagsaufgaben geknüpft.

Inhalt

Für diesen Schritt steht den Lernenden eine grosse Anzahl Aufgaben zur Verfügung, die sich bezüglich ihres Schwierigkeitsgrades und ihres Bezuges zu anderen Themenbereichen unterscheiden. Am Beispiel von vier Aufgaben soll aufgezeigt werden, wie solche Aufgaben aussehen könnten.

Beispiel 1: Leiter

Eine Leiter soll zwei Meter von der Wand entfernt aufgestellt werden und diese auf der Höhe des Fensters, welches sich vier Meter über dem Boden befindet, berühren. Wie lang muss die Leiter mindestens sein?

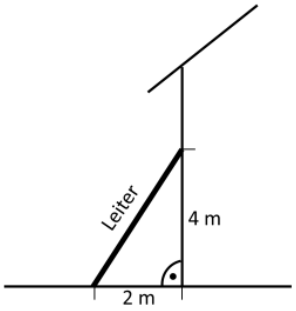


Abbildung 7: Skizze zur Leiteraufgabe

> Diese Aufgabe ist noch sehr nahe an der Einstiegsaufgabe mit den Quadraten. Zudem können sich die Lernenden an einer Skizze orientieren. Bei dieser ist das rechtwinklige Dreieck deutlich zu erkennen und die Quadrate aus der Einstiegsaufgabe könnten bei Bedarf in der Skizze ergänzt werden. Neu sind jedoch die Längen der Katheten gegeben und die Fläche der Quadrate müssen daraus berechnet werden. Um die Länge der Leiter zu berechnen, muss abschliessend noch die Wurzel aus der Fläche des Hypotenusenquadrates gezogen werden.

  Die Lernenden lösen sich in dieser Aufgabe vom Flächenaspekt des Satzes des Pythagoras und vertiefen den Seitenaspekt.

Beispiel 2: Strecken im Koordinatennetz

Um Punkte in der Landschaft exakt angeben zu können, wird über diese häufig ein Koordinatennetz gelegt. So beispielsweise das Gradnetz der Erde oder das Koordinatennetz der Schweiz. Mit zwei Zahlen kann so jeder Punkt der Ebene genau bestimmt werden. Die erste Zahl bedeutet dabei der horizontale Abstand vom Nullpunkt und die zweite Zahl der vertikale Abstand vom Nullpunkt. Die Koordinaten sind zudem sehr hilfreich für die Berechnung von Strecken. Wie weit sind die beiden Punkte A und B im untenstehenden einfachen Koordinatennetz voneinander entfernt?

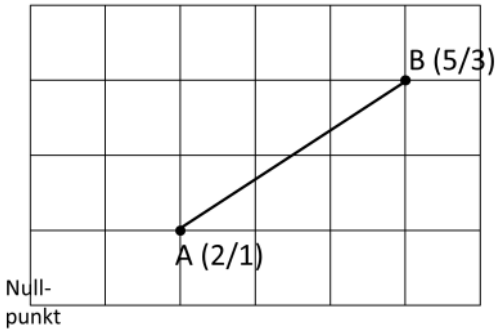


Abbildung 8: Aufgabe Strecken im Koordinatennetz

> Bezüglich des Satzes des Pythagoras geht es in dieser Aufgabe immer noch darum, aus den beiden gegebenen Katheten die Hypotenuse zu berechnen. Neu ist aber das rechtwinklige Dreieck nicht mehr direkt in der Skizze vorgegeben, sondern muss selber gesucht werden. Zudem müssen die Längen der beiden Katheten aus den angegebenen Koordinaten berechnet werden.

Diese Aufgabe könnte anschliessend in einem zweiten Schritt erweitert und praktischer gestaltet werden. Dies indem die Lernenden anhand der schweizerischen Koordinaten aufgefordert werden, die Strecke zwischen dem nördlichsten und dem südlichsten Punkt der Schweiz zu berechnen (vgl. F. Keller u. a. 2012a:19). Nach einer kurzen Erklärung zur Schreibweise der

schweizerischen Koordinaten, würden jene des nördlichsten (684 605 / 295 930) und jene des südlichsten (722 672 / 075 251) Punktes angegeben und die Lernenden müssten daraus die Länge der dazwischenliegenden Strecke bestimmen.

> Von der Grundidee her unterscheidet sich diese Aufgabe nicht von der vorangehenden. Sie ist nun aber viel näher an konkreten Berechnungen im Alltag und hat zudem mehr Bezüge zu anderen Themenbereichen der Mathematik. So müssen die Lernenden hier mit relativ grossen Zahlen rechnen und verschiedene Einheiten (Kilometer und Meter) berücksichtigen.

Beispiel 3: Strecken im Raum

In unserem Schulzimmer, welches 8 Meter breit, 9 Meter lang und 3 Meter hoch ist, soll eine möglichst lange Schnur gespannt werden. Mache eine Skizze von der Situation und berechne, wie lange die längstmögliche Schnur wäre?

> Diese Aufgabe bietet im Vergleich zu den vorherigen Beispielen zwei neue Herausforderungen für die Lernenden. Auf der einen Seite ist die Skizze nicht schon vorgegeben. Diese muss selber erstellt und die rechtwinkligen Dreiecke darin gefunden werden. Auf der anderen Seite reicht hier nicht mehr die Berechnung in einem rechtwinkligen Dreieck, um die Lösung zu erhalten, sondern es müssen zwei Dreiecke kombiniert werden.

Beispiel 4: Möbellift

Ein Möbellift sieht aus wie eine Leiter, auf welcher mit Hilfe eines Motors eine Plattform fahren kann. Er wird verwendet, um bei einem Umzug die Möbel direkt vom Balkon einer Wohnung im oberen Stock auf den Vorplatz transportieren zu können, ohne den Umweg über das Treppenhaus machen zu müssen. Der verwendete Möbellift besteht aus einer Grundschiene und sechs Verlängerungsschienen, wobei alle Schienen jeweils zwei Meter lang sind. Mit dem Lift lässt sich eine maximale Förderhöhe von 12.30 Meter erreichen.

Der Möbellift wird nun so zusammengebaut, dass er die maximale Förderhöhe erreicht. Wie weit von der Hauswand entfernt, muss das untere Ende dazu aufgestellt werden (vgl. F. Keller u. a. 2012a:29)?

> Wie im Beispiel 3 muss auch hier wieder die Skizze selber erstellt, mit Massen gerechnet und die angegebenen Längen korrekt kombiniert werden. Neu kommt jedoch hinzu, dass nicht mehr die beiden Katheten gegeben sind, sondern nur noch eine davon sowie die Hypotenuse. Die Lernenden sind gezwungen, sich hier vom bisherigen Rezept, beide Kathetenlängen zu quadrieren, zusammenzuzählen und die Wurzel zu ziehen, zu lösen. Sie müssen die Formel genau analysieren und daraus einen Weg finden, der sich auf die neue Situation anwenden lässt.

Organisation

Die mit vier Beispielen vorgestellte Aufgabensammlung wird für die Lernumgebung in drei Niveaus mit unterschiedlichen Schwierigkeitsgraden unterteilt: Einstiegsaufgaben (Beispiel 1), Übungsaufgaben (Beispiel 2) und weiterführende Aufgaben (Beispiele 3 und 4). Auf jedem Niveau stehen den Lernenden mindestens acht Aufgaben zur Verfügung. Gesamthaft sollten alle Lernenden am Ende dieser Phase mindesten zehn Aufgaben gelöst haben. Wie viele dies von welchen Niveaus sind, wird dabei den Lernenden und ihren individuellen Voraussetzungen überlassen. Wer bereits die Einstiegsaufgaben als schwierig empfindet, soll sich vorerst auf dieses Niveau konzentrieren, bevor sie oder er zu den Übungsaufgaben weitergeht.

Korrigieren können die Lernenden ihre gelösten Aufgaben selbstständig. Neben der Lösung ist jeweils ein möglicher Lösungsweg dargestellt. Zudem gibt es Hinweise auf ähnliche Aufgaben für jene Lernenden, die sich beim Lösen nicht sicher gefühlt haben, oder denen Fehler unterlaufen sind. Bei der Aufgabenstellung gibt es jeweils Hinweise auf verwandte Themen aus der Mathematik. Beim Beispiel 2 würde auf das rechtwinklige Koordinatensystem, grosse Zahlen und Längenmasse verwiesen. Lernende, die bereits vor dem Lösen einer Aufgabe realisieren, dass sie in einem dieser Themenbereiche Defizite aufweisen, können so ihr Wissen vorgängig auffrischen.

Die Aufgaben werden von den Lernenden in ein Übungsheft gelöst. Parallel dazu halten sie im Lernjournal fest, welche Aufgaben sie gelöst haben, wie es ihnen dabei ergangen ist, und welche Erkenntnisse sie gewonnen haben. Das Lernjournal ist dadurch für die Lernenden ein wesentliches Hilfsmittel für die Selbstreflexion. Es soll ihnen helfen, ihr Wissen zu erweitern und ihr weiteres Lernen zu planen. Zudem ist es eine wichtige Grundlage für den Austausch mit den Lernpartnern, welche den Lernprozess begleiten und unterstützen.

5.1.4 Pythagoras und mathematisches Beweisen

Ein wichtiger Bestandteil der Lernumgebung zum Satz des Pythagoras ist die Einführung in das Beweisen von mathematischen Sätzen. Darauf soll in dieser Phase der Fokus gelegt werden; die Berechnungen werden vorübergehend zur Seite gelegt. Für die Lernenden geht es darum, zu verstehen, wozu Beweise in der Mathematik nötig sind und erste Erfahrungen mit verschiedensten Beweisarten zu sammeln. Da der Satz des Pythagoras für die meisten Lernenden der erste, nicht offensichtlich richtige mathematische Satz ist, eignet sich dieser besonders gut dafür (vgl. Drollinger-Vetter 2011:158). Zudem bietet die Person des Pythagoras eine gute Möglichkeit, um Einblick in die Biografie eines berühmten Mathematikers zu erhalten.

Inhalt

Mittlerweilen gibt es mehrere Hundert Beweise zum Satz des Pythagoras. Viele davon sind in Lehrbüchern und auf Webseiten gut dokumentiert. Für diese Lernumgebung soll eine Reihe davon ausgewählt und soweit nötig didaktisch aufbereitet werden.

Dabei ist zu bemerken, dass nicht alles Beweise im eigentlichen Sinne der Mathematik sind, die auf bereits bewiesene oder fundamentale Sätze aufbauen. Dafür ist das mathematische Repertoire der Lernenden auf der Sekundarstufe 1 noch zu klein. Die gewählten Beweise eignen sich jedoch gut, um in den Themenbereich des Beweisens einzuführen und den Lernenden einen ersten Eindruck zu vermitteln, wozu Beweise da sind.

Beweisbeispiel 1: Ergänzungsbeweis

Im Quadrat unten links sind vier kongruente rechtwinklige Dreiecke mit den Seitenlängen a, b und c so angeordnet, dass in der Mitte ein Quadrat mit der Seitenlänge c und damit der Fläche c^2 entsteht. Unterhalb sind die vier Dreiecke nochmals dargestellt, schneide diese aus und ordne sie im zweiten gleichgrossen Quadrat so an, dass die entstehende Figur dir danach hilft, den Satz des Pythagoras zu beweisen (vgl. Affolter u. a. 2004:80).

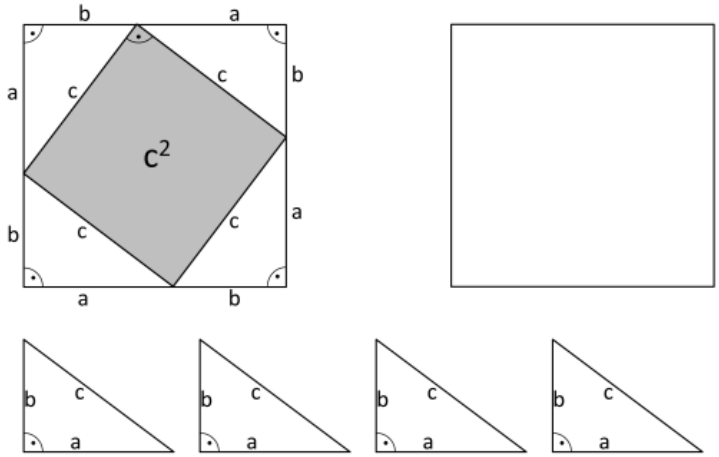


Abbildung 9: Vorlage zum Ergänzungsbeweis

> Dieser Beweis ist relativ einfach nachzuvollziehen (siehe Lösungsskizze unten). Zudem ist er auch für Lernende geeignet, die Mühe haben mit abstrakten Termumformungen oder schriftlichen Beschreibungen. Hier können sie selber etwas tun, die Dreiecke herumschieben, mit verschiedenen Farben arbeiten oder mehrere Varianten nebeneinander hinlegen. Wenn die Dreiecke korrekt angeordnet werden, ist die Richtigkeit des Satzes des Pythagoras gut zu erkennen.

Der Beweis lässt verschiedene Grade der Vertiefung zu. Lernende, die etwas mehr Mühe mit Mathematik haben, können es beim rein visuellen Beweisen des Satzes belassen. Daneben

besteht aber die Möglichkeit, beispielsweise noch detaillierter auf die einzelnen Winkel oder die arithmetischen Zusammenhänge einzugehen.

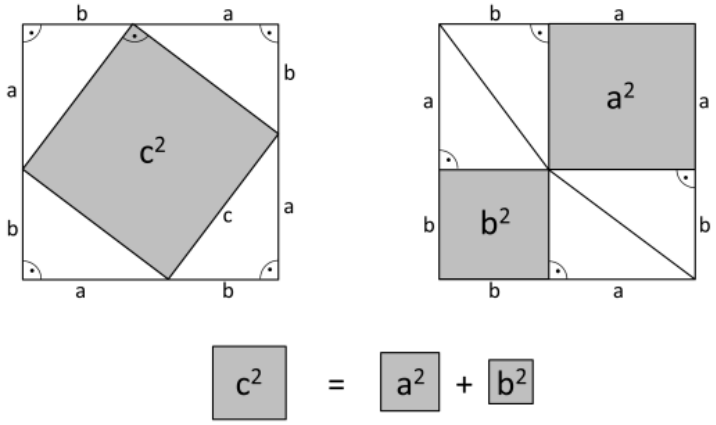


Abbildung 10: Lösungsskizze zum Ergänzungsbeweis

Beweisbeispiel 2: Scherungsbeweis

Die untenstehende Skizze zeigt, wie aus dem Quadrat über der Seite a und jenem über der Seite b durch geschickte Umformung und Verschiebung das Quadrat über der Seite c entsteht. Erkläre, wie damit der Satz des Pythagoras bewiesen werden kann. Gehe dabei im Speziellen auch darauf ein, wie sich die hellgraue und die dunkelgraue Fläche von Bild zu Bild verändert (vgl. F. Keller u. a. 2012b:96).

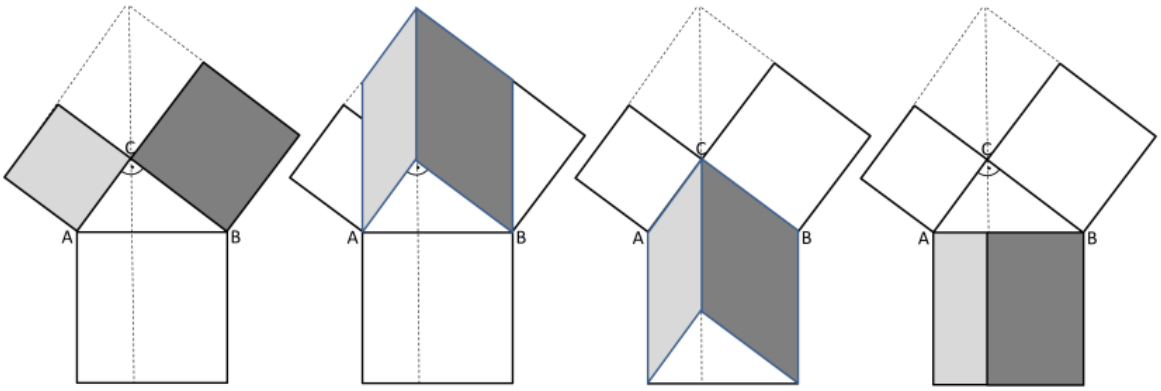


Abbildung 11: Skizze zum Scherungsbeweis

> Dieser Beweis stützt sich vor allem auf geometrische Umformungen. Grafisch ist dieser Beweis bereits vorgegeben. Für die Lernenden geht es nun noch darum, diesen nachzuvollziehen und mathematisch korrekt zu erklären, warum die beiden Flächeninhalte immer gleich gross bleiben. Dabei müssen sie mit den Parallelogrammen auf ein Thema zurückgreifen, welches bereits früher behandelt wurde.

Beweisbeispiel 3: Arithmetischer Beweis

Legt man vier kongruente rechtwinklige Dreiecke in ein Quadrat, bleibt, wie auf der untenstehenden Skizze zu sehen ist, in der Mitte ein kleines Quadrat (grau) frei. Berechne die Fläche dieses Quadrates mit den Variablen a, b und c auf zwei unterschiedliche Weisen. Setze anschliessend die beiden Terme gleich und vereinfache die dabei entstehende Gleichung soweit, bis sie den Satz des Pythagoras beweist.

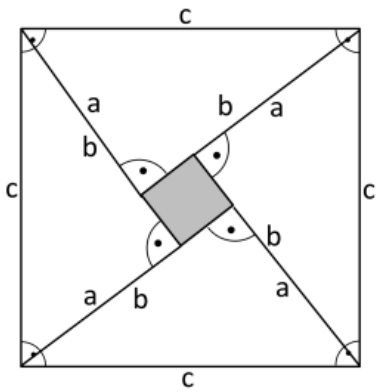


Abbildung 12: Skizze zum arithmetischen Beweis

Für Lernende, die trotz längerem Probieren diesen Beweis nicht nachvollziehen können, werden zwei optionale Hilfestellungen angeboten:

- Hilfestellung zur Flächenberechnung: Die Fläche des grauen Quadrates kann einerseits über die Seitenlänge berechnet werden, oder indem von der Fläche des grossen Quadrates die Gesamtfläche der vier rechtwinkligen Dreiecke abgezogen wird.
- Hilfestellung zu $(b - a)^2$: $(b - a)^2 = (b - a) \cdot (b - a) = b^2 - ab - ab + a^2 = b^2 - 2ab + a^2$

> Das dritte Beweisbeispiel ist im Vergleich zu den anderen beiden etwas komplexer und fordert von den Lernenden ein Kombinieren verschiedenster Themen. So müssen sie mit Variablen umgehen, Flächenberechnungen durchführen und Gleichungen lösen können. Hinzu kommt, dass sie beim Lösen der Gleichung auf ein Binom der Form $(b - a)^2$ stossen, welches für sie neu ist. Die Komplexität kann etwas abgefedert werden, indem den Lernenden wie oben beschrieben Hilfestellungen angeboten werden, auf welche sie zurückgreifen können, wenn sie nicht mehr weiterkommen.

Organisation

Zu Beginn wird den Lernenden erklärt, dass es mathematisch gesehen nicht genügt, einen Zusammenhang, wie es der Satz des Pythagoras ist, als allgemeingültig anzuerkennen, nur weil mehrere Beispiele darauf hinweisen. Die aus dem Experimentieren mit den verschieden grossen Quadraten gewonnene Vermutung zum Zusammenhang zwischen den Seiten in einem rechtwinkligen Dreieck muss noch allgemein bewiesen werden.

Den Lernenden wird dazu eine ausgewählte Anzahl von didaktisch aufbereiteten Beweisen zum Satz des Pythagoras zur Verfügung gestellt. Diese unterscheiden sich, wie die drei oben dargestellten Beispiele zeigen, bezüglich Ansatz, Strukturiertheit und Komplexität, was für die Lernenden transparent deklariert ist. Anhand dieser Angaben und ihren individuellen Voraussetzungen wählen die Lernenden mindestens einen davon aus.

Neben den Aufgabestellungen, wie sie in den drei Beispielen dargestellt sind, stehen den Lernenden zudem Weblinks zu Flash-Animationen[2], weiterführenden Texten und kurzen Videofilmen zur Verfügung. Der Auftrag ist es nun, den Beweis zu verstehen und diesen so darzustellen, dass er für die Mitlernenden verständlich ist. Die Form darf dabei selber gewählt werden und kann sowohl Text, Skizzen, Fotos und kurze Videos enthalten. Vorgabe ist jedoch, dass alles selber erstellt wird. Zudem werden die Lernenden angewiesen, bei ihren Ausführungen sehr präzise zu sein und auch auf Details einzugehen. Der Abschluss dieser Dokumentation soll aus einer allgemeinen Beschreibung bestehen, die aus der Sicht der Lernenden erklärt, was mathematisch Beweise sind und wozu sie dienen.

Nachdem die Lernenden ihre eigene Beweisbeschreibung abgegeben haben, müssen sie mindestens zwei Beweiserklärungen von Mitlernenden lesen und dazu ein Feedback abgeben. Idealerweise wählen sie hierfür eine Beschreibung des von ihnen selber gewählten Beweises und eines ihnen noch unbekannten Beweises. So lernen alle Lernenden in dieser Lernumgebung im Minimum einen mathematischen Beweis sehr detailliert kennen und einen Zweiten in den Grundzügen.

Auch in dieser Phase der Auseinandersetzung mit dem Satz des Pythagoras müssen die Lernenden regelmässig Einträge ins Lernjournal machen. In diesem sollen sie ihre wichtigsten Erkenntnisse im Zusammenhang mit dem Beweisen von mathematischen Sätzen festhalten.

Neben dem zentralen Inhalt des Beweisens gibt es noch eine kleine Zwischenarbeit für die Lernenden. Mit dieser können sie sich zum Beispiel beschäftigen, wenn noch keine Beweisbeschreibungen von Mitlernenden zur Verfügung stehen. Durch verschiedene Text-, Audio- oder Videodokumente erhalten die Lernenden einen Einblick in das Leben von Pythagoras von Milet. Neben den grundlegenden Informationen zu seiner Person gibt es auch die Gelegenheit andere Bereiche kennenzulernen, mit denen sich Pythagoras beschäftigte. Dazu gehören beispielsweise Musik, Politik oder Zahlentheorie. Für Lernende, deren Interesse damit geweckt wurde, und die einen Themenbereich vertiefen möchten, stehen Links zu weiterführendem Material im Internet zur Verfügung.

[2] Siehe z.B.: www.schule-bw.de/unterricht/faecher/mathematik/3material/sek1/geometrie/pyth/beweise/

5.1.5 Üben und Anwenden

Die Übungs- und Anwendungsphase soll von den Lernenden möglichst individuell gestaltet werden können. Im Zentrum steht dabei die Festigung der bisherigen Inhalte der Lernumgebung. Dazu gehört das Verstehen des Satzes des Pythagoras, seine korrekte Anwendung bei verschiedensten Berechnungen mit rechtwinkligen Dreiecken und das Beweisen des mathematischen Satzes. Lernende, die diese Ziele bereits erreicht haben, sollen die Möglichkeit haben, für sie interessante Bereiche ausserhalb der Kerninhalte weiter zu vertiefen, zum Beispiel komplexere Beweise oder das Leben der Person Pythagoras.

Inhalt

Aus den vorherigen Phasen der Lernumgebung stehen den Lernenden weiterhin die Materialien zu den Anwendungsaufgaben, den verschiedenen Beweisen und dem Leben von Pythagoras zur Verfügung. Diese werden durch praktische Anwendungsaufgaben, reine Rechnungsaufgaben und selbst erstellte Aufgaben ergänzt.

Praktische Anwendungsaufgaben in Teamarbeit

Für Lernende, die gerne praktisch arbeiten und Mühe haben mit Aufgaben, die theoretisch auf Papier zu lösen sind, werden einige entsprechende Aufgaben angeboten. Ein Team von zwei bis drei Lernenden wird mit einem Problem konfrontiert, welches es durch praktisches Handeln zu lösen gilt. Dabei steht weniger die Lösung im Vordergrund als vielmehr der Weg, wie die Lernenden als Team dorthin gelangen.

Beispiel einer praktischen Teamaufgabe:

Zeichnet auf dem Pausenplatz mit Kreide ein rechteckiges Spielfeld mit einer Länge von 16 Metern und einer Breite von 6 Metern ein. Zur Verfügung habt ihr: 1 Wandtafelkreide, 2 zwanzig Meter lange Messbänder, 1 Faltmeter, 1 Tafelmassstab, 1 Rolle Schnur, 1 Schere und 3 Gewichte, um Messband oder Schnur am Boden zu befestigen (vgl. F. Keller u. a. 2012a:27). Dieses Material liegt in einer Kiste bereit, die ihr von der Lehrperson bekommt. Beschreibt anschliessend in einem Bericht, wie ihr vorgegangen seid, insbesondere beim Messen der rechten Winkel, und was ihr beim Lösen dieser Aufgabe Neues gelernt habt.

Rechnungsaufgaben

Neben den bisherigen Aufgaben, bei denen Wert darauf gelegt wurde, diese in einen möglichst realitätsnahen Zusammenhang einzubetten, sollen hier nun auch noch Aufgaben angeboten werden, bei denen das Rechnen im Zentrum steht. Dies hauptsächlich für Lernende, die den Satz des Pythagoras verstanden haben und rechtwinklige Dreiecke in Alltagssituationen finden, jedoch noch etwas mehr Sicherheit brauchen bei den dazugehörigen Berechnungen. Die Aufgaben

werden dabei in zwei Gruppen aufgeteilt. Einerseits Aufgaben, in denen es nur um den Kern des Satzes des Pythagoras geht, wie in den ersten beiden Beispielen dargestellt. Andererseits Aufgaben, bei denen die Berechnung im rechtwinkligen Dreieck nur ein Teil des Lösungsweges ist, wie das dritte Beispiel zeigt.

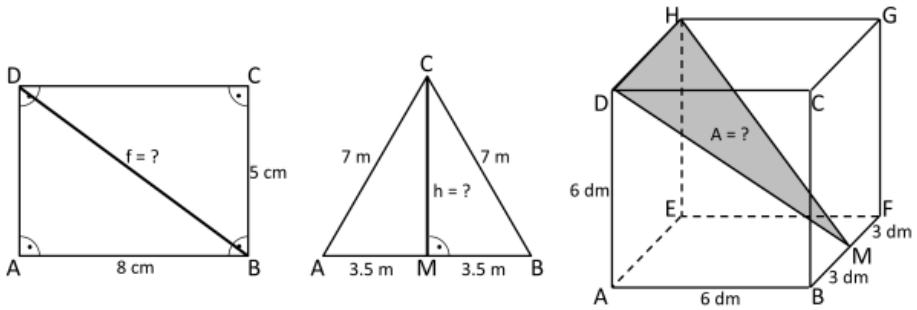


Abbildung 13: Beispiele Rechnungsaufgaben

Selbst erstellte Aufgaben

Die Lernenden sind aufgefordert, selber Aufgaben zu erstellen und den Mitlernenden zur Verfügung zu stellen. Damit können gleich mehrere positive Effekte erzielt werden. Das Formulieren einer eigenen Aufgabe und der dazugehörigen Musterlösung erfordert ein vertieftes Durchdringen des Inhalts. Beim Erstellen werden sich die Lernenden bewusst, wie eine solche Aufgabe aufgebaut ist, und worauf beim Lösen geachtet werden muss. Aufgaben von Mitlernenden bieten die Möglichkeit, den Lerninhalt aus einer noch unbekannten Sichtweise kennenzulernen. Von der Musterlösung abweichende Lösungen sind zudem Anlass für die beteiligten Lernenden, über ihre Lösungswege auszutauschen.

Zum Erstellen solcher Aufgaben werden die Lernenden aufgefordert, sich Gedanken zu machen, wo sie im Alltag rechtwinkligen Dreiecken begegnen. Diese halten sie in einer Skizze fest. Anhand dieser geht es dann darum, sich zu überlegen, wie dazu eine Aufgabe gestellt werden könnte. Wichtig ist, dass beim Erstellen der Musterlösung die eigene Aufgabe nochmals genau analysiert und gegebenenfalls angepasst wird.

Organisation

Zu Beginn der Übungs- und Anwendungsphase werden die Lernenden aufgefordert, ihren bisherigen Lernprozess im Lerntagebuch zu reflektieren und die verbleibende Zeit zu planen. Neben dem eigenen Lerntagebuch stehen den Lernenden dazu einerseits die bisherigen Feedbacks der Mitlernenden und der Lehrperson zur Verfügung, und andererseits können sie eine kurze Lernzielkontrolle lösen. Diese beinhaltet Aufgaben zu allen zentralen Punkten der Lernumgebung und gibt so den Lernenden ein Feedback, wo eventuell noch Defizite bestehen. Aufgrund dieser Analyse stecken sich die Lernenden individuelle Ziele, die sie im Lernjournal festhalten. Auch die anschliessenden Arbeiten an diesen Zielen werden wiederum durch Einträge

im Lernjournal begleitet. Dies hauptsächlich, um die eigenen Fortschritte zu dokumentieren und neue Erkenntnisse festzuhalten.

Lernende, die sich in den zentralen Punkten des Satzes des Pythagoras sicher fühlen, haben zudem, wie bereits oben erwähnt, die Möglichkeit, die Lernumgebung durch individuelle Lernziele zu erweitern. Diese sollen im weitesten Sinne mit dem Satz des Pythagoras zu tun haben, können aber auch aus anderen Fachbereichen kommen. Mögliche Themen wären beispielsweise die mathematisch-musikalischen Erkenntnisse von Pythagoras zum Schwingen einer Saite (vgl. Affolter u. a. 2003:26) oder Vergleiche von verschiedenen Beweisen zum Satz des Pythagoras. Die Ergebnisse ihrer Auseinandersetzungen mit diesen zusätzlichen Themen müssen schriftlich festgehalten und für andere interessierte Lernende zugänglich gemacht werden. Auf diese kann dann eventuell später in anderen Themenbereichen und Fächern zurückgegriffen werden.

5.1.6 Reflexion und Festhalten der wichtigsten Erkenntnisse

Zum Abschluss der Lernumgebung zum Satz des Pythagoras ist eine Phase eingeplant, die zum Ziel hat, sich der wichtigsten Lernfortschritte bewusst zu werden, und diese auch festzuhalten. Dies beinhaltet nicht nur mathematische Formeln, sondern berücksichtigt alle vier Dimensionen des Wissens nach Anderson und Krathwohl (2001): Fakten-, Konzept-, Prozess- und metakognitives Wissen.

Die gewonnen Erkenntnisse werden zudem innerhalb der Klasse ausgetauscht. Dadurch erhalten die Lernenden Anregungen zu Punkten, die sie vergessen haben zu notieren, oder zu solchen, auf die sie bei einem späteren Lernprozess achten möchten. Durch die Heterogenität in einer Klasse hat ein solcher Austausch viel Potenzial, voneinander zu lernen. Die Lehrperson nützt diesen zudem, um eine gemeinsame Wissensbasis festlegen zu können. Diese soll danach die Grundlage für weitere Auseinandersetzungen mit mathematischen Themen bilden.

Organisation

Die Lernenden sind aufgefordert, anhand ihres Lernjournals auf ihren Lernprozess zurückzublicken, und darin die für sie zentralen Erkenntnisse herauszuschreiben. Dabei sollen sie sich von folgenden Fragen leiten lassen:

- Welche wichtigen Begriffe habe ich kennengelernt und was bedeuten sie?
- Welche neuen Zusammenhänge und Formeln kenne ich nach Abschluss dieser Lernumgebung?
- Was für Fertigkeiten und Methoden habe ich mir angeeignet?
- Was habe ich über mich selber und mein Lernen erfahren und wie möchte ich in Zukunft damit umgehen?

Als Nächstes tauschen sich die Lernenden mit ihren Lernpartnern zu den gefundenen Punkten aus und ergänzen, falls nötig ihre Liste. Gemeinsam wird je eine Erkenntnis ausgewählt, die ihnen besonders wichtig erscheint. In einer Klassenkonferenz werden diese anschliessend ausgetauscht und teilweise auch diskutiert. Mit Hilfe der Lernenden fasst die Lehrperson am Ende die zentralen Punkte der Lernumgebung nochmals zusammen.

Etwa eine Woche nach dieser Klassenkonferenz wird in einem summativen Test überprüft, ob die Lernziele erreicht wurden, und ob die gemeinsam besprochene Wissensbasis bei allen Lernenden vorhanden ist. Falls dies nicht der Fall ist, müssen die betroffenen Lernenden in Absprache mit der Lehrperson die vorhandenen Lücken im Rahmen von Hausaufgabenstunden aufarbeiten.

5.2 Soziale Organisation

Wie bereits aus der Beschreibung der inhaltlichen und organisatorischen Struktur der Lernumgebung zum Satz des Pythagoras hervorgeht, ist die Interaktion zwischen den am Lernprozess beteiligten Personen ein wichtiger Bestandteil davon. In diesem Kapitel werden nun die sozialen Lernformen konkret beschrieben und illustriert. In der Auseinandersetzung mit dem Lerngegenstand, wie in Kapitel 5.1 beschrieben, erarbeiten sich die Lernenden ein individuelles Bild von diesem. Durch Reflexion wird versucht, diese singulären Konzepte explizit zu machen, um darüber mit den Lernpartnern austauschen zu können. Dies ist wiederum die Basis, um das eigene Lernen weiterzuentwickeln und voneinander zu lernen. Nur wenn die Heterogenität bewusst thematisiert und nicht einfach ignoriert wird, ist sie für den Lernprozess ein Gewinn.

Im Zentrum der sozialen Organisation dieser Lernumgebung stehen drei Interaktionen, auf die in der Folge genauer eingegangen werden soll: Interaktion mit sich selber, mit den Mitlernenden und mit der Lehrperson.

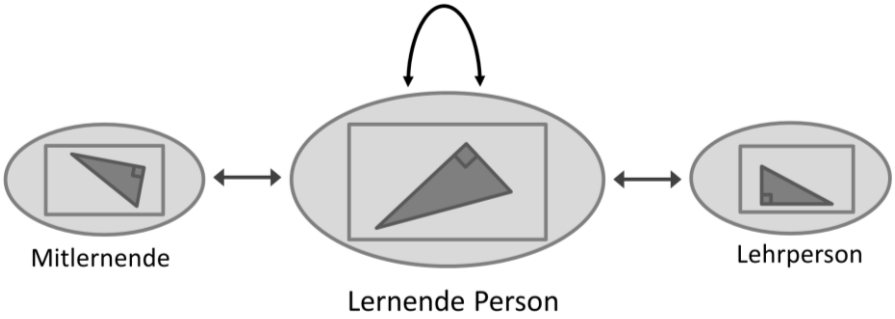


Abbildung 14: Soziale Organisation der Lernumgebung

5.2.1 Interaktion mit sich selber

Damit das in dieser Lernumgebung angeeignete Wissen möglichst dauerhaft und flexibel ist, sollen die Lernenden nicht einfach die gestellten Aufträge abarbeiten, sondern immer wieder innehalten und auf ihren Lernprozess zurückschauen. Eine der didaktischen Entwicklungsaufgaben an die Lernumgebung ist es, die singulären Konzepte der Lernenden explizit zu machen. Durch die Reflexion soll die Aneignung von Metawissen gefördert werden (vgl. Bannert 2007:184). Dies einerseits in Bezug auf die Mathematik, wo es darum geht, mathematische Sätze zu beweisen und Problemstellungen im Zusammenhang mit dem Satz des Pythagoras zu lösen. Andererseits sollen die Lernenden auch ihre Kompetenzen in Bezug auf das eigene Lernen erweitern können.

Die Reflexion hilft zudem den Lernenden, festzustellen, wo sie in Bezug auf die gesetzten Lernziele stehen und anschliessend das weitere Vorgehen zu planen.

Organisation

Als Werkzeug für die Interaktion der Lernenden mit sich selber kommt ein Lernjournal zum Einsatz. Darin wird der gesamte Lernprozess dokumentiert. Die Lernenden beobachten ihr eigenes kognitives Handeln und notieren sich dabei ihre Erfahrungen, Überlegungen, Schwierigkeiten, Vermutungen, Befürchtungen, Wertungen und Entscheidungen bezüglich der Aufgaben, mit denen sie konfrontiert werden und der Strategien, die sie beim Bearbeiten anwenden (vgl. Guldimann 2010:115). Das Führen eines Arbeitsheftes hat dabei gleich mehrere positive Auswirkungen auf die metakognitive Entwicklung. Zum einen führt das Innehalten und schriftliche Festhalten der eigenen Gedanken dazu, dass sich die Lernenden Gedanken zum eigenen Lernprozess machen und daraus Schlüsse für zukünftiges Lernen ziehen können. Zum anderen ermöglicht das Explizieren der singulären Konzepte den Austausch mit den Lernpartnern (vgl. Ruf 2008a:22).

Das Lernjournal begleitet die Lernenden durch die ganze Lernumgebung hindurch. Am Anfang der zentrale Arbeitsplatz, wird es später zu einem begleitenden Reflexions- und Organisationsinstrument, bevor es zum Abschluss der Lernumgebung nochmals ins Zentrum rückt.

Lernjournal als Arbeitsheft

In der zweiten Phase der Lernumgebung, dem problembasierten Aufbau des Satzes des Pythagoras mit Hilfe der verschieden grossen Quadrate (Kapitel 5.1.2), dokumentieren die Lernenden alle ihre Arbeiten im Lernjournal. In diesem halten sie ihren kompletten Lernweg, sowie alle damit zusammenhängenden Überlegungen und Gedanken fest. Unterstützt werden die schriftlichen Notizen durch Skizzen, Bilder und falls Neue Medien zum Einsatz kommen eventuell sogar Videos.

Beim Führen des Lernjournals sollen sich die Lernenden von folgenden sechs Punkten leiten lassen:

- Zwischenziele

  Wichtig ist, dass die Lernenden zu Beginn einer neuen Phase, die sie im Lernjournal festhalten, immer die Ziele für diese formulieren. Dies hilft, ihr Lernen auszurichten und sich bewusst zu werden, was sie erreichen wollen. Die gesetzten Ziele sollten dabei sehr eng mit dem Fazit des letzten Lernjournaleintrages zusammenhängen.

- Vorgehensweise

  Der Lernprozess wird begleitet durch die detaillierte Beschreibung, wie vorgegangen wird, um die gesteckten Ziele zu erreichen. Diese muss so gestaltet werden, dass sie einerseits selber, aber auch von anderen Personen später nachvollzogen werden kann.

Auf diese Aufzeichnungen kann zurückgegriffen werden, wenn es darum geht, den eigenen Fortschritt zu analysieren. Sie helfen den Lernende zudem, bei Problemen selbstständig zu erkennen, wo der Lernprozess ins Stocken geriet oder wo der Weg zum Ziel verloren ging.

- Begründung

  Zu der im oberen Punkt beschriebenen Vorgehensweise gehört immer auch eine Begründung. Die Lernenden erklären dabei, warum sie sich für oder gegen einen bestimmten Weg entschieden haben und wie dieser im Zusammenhang zu ihren Lernzielen steht.

  Durch das schriftliche Festhalten dieser Gedanken werden die Lernenden gezwungen, im Lernprozess immer wieder innezuhalten und sich bewusst zu werden, was sie gerade tun. Dies hilft, den Lernprozess aktiver zu gestalten und zu kontrollieren.

- Zwischenergebnis

  Die Auseinandersetzung mit dem Lerngegenstand soll immer wieder unterbrochen und das Zwischenergebnis explizit formuliert werden. Die Lernenden lassen sich dabei von der Frage leiten, was sie in der letzten Lernphase herausgefunden haben, und wie ihnen dies hilft, die gesteckten Lernziele zu erreichen.

  Diese Zwischenevaluationen helfen den Lernenden, den eigenen Lernfortschritt zu erkennen und Motivation für das weitere Vorgehen zu tanken. Dabei ist wichtig, zu erkennen, dass auch eine Sackgassen und das Bewusstsein, dass es eine solche war, ein Schritt vorwärts ist. Zudem hilft eine solche Zwischenevaluation den Lernenden, in ihrem individuellen Lernprozess auf dem Weg zu bleiben, und das Ziel nicht aus den Augen zu verlieren.

  Das erste Zwischenfazit wird von den Lernenden zum Abschluss der Hilfsaufgabe mit den verschieden grossen Quadraten erwartet. Anschliessend bestimmen die Lernenden selber, wie oft sie ein solches durchführen. Als Richtzeit gibt die Lehrperson jedoch ein Intervall von 30 Minuten vor. Dies entspricht dann zusammen mit der Reflexion und dem Festhalten des Fazits einer Unterrichtslektion von 45 Minuten.

- Weiteres Vorgehen

  Anhand des Zwischenfazits gilt es anschliessend, das weitere Vorgehen zu planen. Die Lernenden müssen sich überlegen, welches die nächsten Schritte sind, die sie unternehmen wollen, und welche Ziele sie dabei verfolgen.

Diese sechs Punkte gelten als Leitfaden, daneben wird den Lernenden für die Gestaltung ihres Lernjournals möglichst viel Freiheit eingeräumt. Je nach persönlichen Präferenzen kann so mehr mit Fliesstext, Stichpunkten oder Skizzen gearbeitet werden. Zu jedem Lernjournaleintrag gehört jedoch zwingend ein Titel, um später auf diesen Bezug nehmen zu können und der Zeitpunkt des Eintrags, um den Lernprozess später besser nachvollziehen zu können.

Lernjournal als begleitendes Reflexions- und Planungsinstrument

Sowohl für die Festigungs- und Übungsphase als auch für die Auseinandersetzung mit den Beweisen des Satzes des Pythagoras wird das Lernjournal zu einem Instrument, welches den Lernprozess begleitet. Für die praktische Auseinandersetzung mit den Aufgaben verwenden die Lernenden, entsprechend ihrer Arbeitsweise, ein Übungsheft, Heftblätter in einem Ordner oder eine dafür geeignete Software. Ausschnitte daraus können bei Bedarf mit Hilfe von Fotos später ins Lerntagebuch übernommen werden. Dieses wird nun hauptsächlich benutzt, um den Lernprozess zu reflektieren und die Planung der nächsten Schritte festzuhalten.

Die Lernenden haben den Auftrag, jeden Mathematikblock in der Schule oder zu Hause durch einen Eintrag ins Lernjournal abzuschliessen. Dieser wird jeweils in drei Bereiche gegliedert:

- Rückblick

  Die Lernenden blicken zurück auf die eben abgeschlossene Arbeitsphase, beschreiben, woran sie gearbeitet haben, und wie es ihnen dabei ergangen ist. Diese kann beispielsweise eine Aufzählung der gelösten Aufgaben sein, mit dem Vermerk, ob sie richtig oder falsch gelöst wurden.
- Fazit

  In wenigen Sätzen halten die Lernenden fest, was sie gelernt haben. Dabei werden Erkenntnisse je nach Wissensart mit unterschiedlichen Farben hervorgehoben. Unterschieden wird dabei Wissen, welches sich auf den Satz des Pythagoras, den Fachbereich Mathematik oder das Lernen allgemein bezieht.
- Ausblick

  Aufgrund des derzeitigen Wissens im Vergleich mit den Lernzielen planen die Lernenden das weitere Vorgehen. Indem sie hier bereits Ziele für die nächste Arbeitsphase formulieren, sollte ihnen der Einstieg in diese leichter fallen.

Lernjournal für den Arbeitsrückblick

Am Ende der Lernumgebung zum Satz des Pythagoras blicken die Lernenden nochmals auf ihren Lernprozess zurück. Dabei geht es nicht mehr um einzelne Aufgaben, sondern um den Lernprozess als Ganzes und das Wissen, welches dabei neu angeeignet wurde. Aebli beschreibt eine solche Arbeitsrückschau folgendermassen: "Es ist dies eine Repetition, die im Gegensatz zu den

herkömmlichen Wiederholungen nicht auf den Inhalt ausgerichtet ist, sondern den durchlaufenden Arbeitsprozess untersucht." (Aebli 2011:368)

Mit Hilfe ihrer Einträge im Lernjournal gehen die Lernenden die Lernumgebung nochmals durch. Die farbliche Markierung von wichtigen Erkenntnissen, wie weiter oben beschrieben, hilft dabei, die wichtigen Passagen herauszufiltern. Diese gilt es mit Hilfe der vorgegebenen Fragen, wie sie in Kapitel 5.1.6 beschrieben sind, zusammenzufassen. So sind die Kernpunkte zur Lernumgebung alle in einem einzigen Lernjournaleintrag zu finden, auf welchen später auch wieder zugegriffen werden kann.

5.2.2 Interaktion mit den Mitlernenden

Der Austausch unter den am Lernprozess beteiligten Personen ist eine der zentralen didaktischen Entwicklungsaufgaben an die Lernumgebung. Besonders wichtig ist dabei die Interaktion der Lernenden untereinander. Nicht nur die Lehrperson kann die Lernenden auf ihrem individuellen Lernweg unterstützen, sondern auch die Mitlernenden. Dadurch kommt das Potenzial der Heterogenität besonders gut zum Tragen. Die Verschiedenheit der Lernenden bezüglich Vorwissen, Lernhaltung, metakognitivem Wissen und Lernstrategien bietet eine umfangreiche Sammlung an Hilfen, auf welche während des Lernprozesses zurückgegriffen werden kann (vgl. Guldimann 2010:116f). Dabei ist wichtig, dass die Lernenden sich der Verschiedenheit bewusst sind, diese so akzeptieren und nicht nur von entweder richtigen oder falschen Wegen ausgehen. Durch Einblicke in den Lernprozess der Mitlernenden können Unterschiede zum eigenen festgestellt werden. Über diese kann anschliessend nachgedacht und ausgetauscht werden. Daraus folgende Erkenntnisse, die für den eigenen Lernprozess förderlich sind, können anschliessend ins eigene Repertoire aufgenommen werden (vgl. Ruf & Gallin 2011a:33ff). Zudem können Mitlernende, die im selben Alter sind und die in der gleichen Lernumgebung arbeiten, bei auftretenden Problemen, sehr oft besser helfen als die Lehrperson.

Der informelle Austausch unter den Lernenden findet in jeder Lernumgebung auch ohne spezifische Organisation durch die Lehrperson statt. Um das Potenzial der Heterogenität auszunutzen, soll die Interaktion unter den Mitlernenden hier zusätzlich auf drei unterschiedliche Arten institutionalisiert werden. Über die Dauer der ganzen Lernumgebung nimmt die Lernpartnerschaft eine wichtige Rolle ein. Für den situativen Austausch zu spezifischen Inhalten wird ein Frage-Antwort-Pool eingerichtet. Fakultativ können die Lernenden zudem einzelne Aufgaben in Teamarbeit lösen.

Lernpartnerschaft

Im Rahmen der Lernumgebung zum Satz des Pythagoras gehen jeweils zwei Lernende eine Lernpartnerschaft ein. Die Paare werden dabei von der Lehrperson gebildet. Diese achtet bei der

Einteilung darauf, dass zwei Lernende aufeinandertreffen, die zwar unterschiedliche Voraussetzungen mitbringen, aber trotzdem gut zusammenarbeiten können.

Als Basis für den Austausch unter den Lernpartnern dient das bereits im Zusammenhang mit der Reflexion eingeführte Lernjournal. Dieses tauschen die Lernenden regelmässig aus, um mehr über den Lernprozess der anderen Person zu erfahren. So sehen sie, welche alternativen Vorgehensweisen, Lernstrategien und Lösungen es neben der eigenen noch gäbe und erweitern ihr eigenes Repertoire. In einer schriftlichen Rückmeldung wird anschliessend die erbrachte Leistung gewürdigt. Im Vordergrund stehen dabei gelungene und Erfolg versprechende Aktionen der Handlungskompetenz (vgl. Ruf 2008a:22). Verstärkt werden kann dies durch Punkte, die persönlich beeindruckt haben oder in denen von der anderen Person gelernt werden konnte. Daneben soll auf die geplanten nächsten Schritte Bezug genommen und falls nötig Ergänzungsvorschläge angebracht werden. Diese Rückmeldung soll die Lernenden motivieren, sie auf ihrem Weg bestärken und helfen, den Fokus wieder neu auf die Lernziele auszurichten.

In der ersten Phase der Lernumgebung findet dieser Austausch noch sehr regelmässig statt. So soll nach den ersten drei Einträgen jeweils gleich ein kurzes Feedback eingeholt werden. Dies hilft den Lernenden, sich aneinander zu gewöhnen und soll verhindern, dass einzelne Lernende gleich am Anfang die Lernziele aus den Augen verlieren. Nach dieser Einführungsphase findet der Austausch nicht mehr so regelmässig statt. Die Häufigkeit kann dabei von den Lernenden selber bestimmt werden, es sollte aber mindestens ein bis zwei Mal pro Woche sein.

Der nächste Fixpunkt in der Lernpartnerschaft ist der Start in die Übungs- und Anwendungsphase (Kapitel 5.1.5). Für diese setzen sich die Lernenden, nach einer etwas ausführlicheren Reflexion ihrer bisherigen Arbeit in der Lernumgebung, selbstständig Ziele für das weitere Vorgehen. Diese besprechen sie anschliessend mit ihrer Lernpartnerin oder ihrem Lernpartner. Diese Person hat den bisherigen Lernprozess sehr genau mitverfolgt. Von aussen hat sie eventuell Dinge wahrgenommen, die der lernenden Person, die mitten im Prozess ist, selber gar nicht bewusst sind. Diese zusätzliche Aussensicht kann verhindern, dass wichtige Bereiche der Lernumgebung vergessen gehen. Zudem fällt es den Lernenden häufig einfacher, ein solches Feedback von Mitlernenden zu erhalten als von der Lehrperson.

Am Ende der Lernumgebung werten die beiden Lernpartner zusammen die Lernumgebung aus. Dabei präsentieren in einem ersten Schritt beide ihre Erkenntnisse, welche sie bei einem persönlichen Rückblick, wie in Kapitel 5.2.1 beschrieben, gewonnen haben. Anschliessend gibt die Lernpartnerin oder der Lernpartner ein Feedback dazu, wie sie oder er den Lernprozess des Mitlernenden erlebt hat, und in welcher Form ihr oder ihm die Lernpartnerschaft auf ihrem oder

seinem Weg zu den Lernzielen weitergeholfen hat. Zum Abschluss einigen sie sich auf je eine zentrale Erkenntnis, die sie danach der ganzen Klasse präsentieren wollen.

Frage-Antwort-Pool

Während des Arbeitens in der Lernumgebung zum Satz des Pythagoras werden bei den Lernenden viele Fragen auftauchen. Neben der Lehrperson können in vielen Situationen die Mitlernenden genau so gut oder sogar noch besser weiterhelfen. Die oben beschriebene Lernpartnerschaft bietet dazu ein mögliches Gefäss. Dieses kann jedoch noch nicht vom vollen Potenzial der Heterogenität in einer Klasse profitieren. Um dieses Potenzial besser ausnutzen zu können, soll in dieser Lernumgebung mit dem Frage-Antwort-Pool ein weiteres Instrument zum Einsatz kommen. So kann nicht nur vom Wissen einer zweiten Person profitiert werden, sondern von 15 bis 25 anderen Lernenden.

An einem zentralen Ort werden alle Fragen der Lernenden, die während einer Unterrichtsphase auftauchen, in schriftlicher Form gesammelt. Alle andern Lernenden haben dann die Möglichkeit, diese Fragen zu beantworten. Dabei kann es gut sein, dass wegen der Verschiedenheit der Lernenden die Antworten auch unterschiedlich ausfallen. Eventuell entsteht sogar eine Diskussion, die nicht nur der Fragestellerin oder dem Fragesteller, sondern auch den Beantwortern zu neuen Erkenntnissen verhilft.

Dadurch, dass die Fragen und Antworten schriftlich abgefasst werden, und in schriftlicher Form stehen bleiben, können neben der fragenden und der antwortenden Person auch noch andere Lernende später von der Beantwortung einer Frage profitieren. Zudem kann dadurch die zeitliche Verfügbarkeit verbessert werden, denn es muss nicht gewartet werden, bis die Lehrperson Zeit hat, die Frage zu beantworten. Die Frage kann sofort gestellt werden und je mehr Lernende sich aktiv an diesem Pool beteiligen, umso wahrscheinlicher ist eine rasche Beantwortung.

Zur Organisation eines solchen Frage-Antwort-Pools bieten Neue Medien, wie später aufgezeigt wird, sehr gute Werkzeuge und neue Möglichkeiten.

Kooperatives Lernen

Formen des kooperativen Lernens eignen sich sehr gut, um Lernheterogenität als Potenzial wahrzunehmen und zu nutzen. In der Lernumgebung zum Satz des Pythagoras werden in der Übungsphase einige Aufgaben angeboten, die von den Lernenden kooperativ gelöst werden können.

Pauli und Reusser definieren kooperatives Lernen folgendermassen: "Damit sind Lernarrangements gemeint, die eine synchrone und koordinierte, ko-konstruktive Aktivität der Teilnehmer/innen verlangen, um eine gemeinsame Lösung eines Problems oder ein gemeinsam

geteiltes Verständnis einer Situation zu entwickeln." (Pauli & Reusser 2000:421) Es geht also darum, dass mehrere Individuen gemeinsam an einer Lernherausforderung arbeiten. Dabei ist darauf zu achten, dass nicht hauptsächlich das gemeinsame Lernprodukt im Zentrum steht, sondern das Lernen der Gruppenmitglieder. Liegt der Fokus der Aufgabenstellungen auf dem Gruppenprodukt, besteht die Gefahr, dass aus Effizienz- und Qualitätsgründen auf die Mitarbeit von schwächeren Gruppenmitgliedern verzichtet wird und nicht alle mitarbeiten (vgl. Traub 2010:138). Wichtig ist daher, dass alle Lernenden gleichzeitig sowohl für das Lernen der Gruppe als auch für das eigene verantwortlich sind (vgl. Slavin 1995:5).

Beim Lösen des in Kapitel 5.1.5 beschriebenen Beispiels einer praktischen Teamaufgabe kann innerhalb einer heterogenen Gruppe auf ein breites Spektrum an Wissen, Lernstrategien, Meinungen und Wahrnehmungen, zurückgegriffen werden. Eine solche Aufgabe bietet die Möglichkeit, während der Bearbeitung von den andern zu lernen, und dadurch sein eigenes Spektrum zu erweitern. So kann einerseits die eigene Wissensstruktur durch das Wissen der Mitlernenden ergänzt werden, und andererseits können alternative Lernstrategien in das eigene Repertoire übernommen werden. Zudem verhilft das Vertreten der eigenen Meinung oder das Erklären von Inhalten, das eigene Wissen zu reflektieren und dieses dadurch weiter zu festigen (vgl. Traub 2010:142f). Wichtig ist dabei, dass nicht nur die Aufgabe zusammen gelöst wird, sondern diese auch anschliessend gemeinsam ausgewertet wird. Die Aufgabe gilt erst als abgeschlossen, wenn die Zweier- oder Dreiergruppe gemeinsam einen kurzen Bericht dazu verfasst hat. Dieser beinhaltet neben einer Beschreibung des Lösungswegs auch Hinweise dazu, welche neuen Erkenntnisse dabei gewonnen wurden.

Auch auf die Motivation der Lernenden können sich solche kooperativen Aufgaben sehr positiv auswirken. Gemeinsam ist es möglich, viel grössere Lernherausforderungen zu meistern als alleine. Falls das Gruppenklima stimmt, können sich die Lernenden auch gegenseitig zu mehr Leistung anstacheln, da jede und jeder ihr beziehungsweise sein Bestes für die Gruppe geben will. Neben intrinsischer Motivation ist diese extrinsische Motivation vonseiten der Mitlernenden oft effektiver als Bemühungen der Lehrperson.

5.2.3 Interaktion mit der Lehrperson

Die Rolle der Lehrperson hängt davon ab, wie Lehren verstanden wird. Die behavioristische Sicht geht davon aus, dass Lehren bedeutet, Wissen von der Lehrperson zum Lernenden zu transferieren. Zwischen den beiden besteht ein unidirektionales Verhältnis, in dem die Lehrperson nur Sender und die Lernenden Empfänger sind. Im Kognitivismus wird hingegen davon ausgegangen, dass das Kommunikationsverhältnis bidirektional ist, ohne dass Lehrende und Lernende dabei gleichberechtigt wären. Die Lehrperson versucht, durch didaktisch aufbereitete Problem-

stellungen die Lernenden anzuleiten, neues Wissen zu erarbeiten. Ein Lehren im eigentlichen Sinn gibt es im Konstruktivismus nicht mehr, die aktive Rolle liegt hier beim Lernenden. Die Rolle der Lehrperson beschränkt sich auf die Begleitung der Lernenden. Das Kommunikationsverhältnis ist demnach nicht nur bidirektional, sondern gleichberechtigt (vgl. Baumgartner u. a. 2004:5ff). Dabei gibt es nicht ein korrektes Verständnis von Lehren, sondern alle drei Sichtweisen können je nach Situation ihre Berechtigung haben.

In der Lernumgebung zum Satz des Pythagoras nimmt die Lehrperson hauptsächlich zwei Rollen ein. Einerseits die kognitivistische Rolle, wenn es darum geht, den Lerngegenstand für die Lernumgebung aufzubereiten, und andererseits dominiert bei der anschliessenden Begleitung der Lernenden die konstruktivistische Ansicht von Lehren. Beim Festhalten der wichtigsten Erkenntnisse ganz zum Schluss versucht die Lehrperson, die beiden Rollen zu kombinieren und so die Lernumgebung abzuschliessen.

Gestaltung der Lernumgebung

Durch die Gestaltung der Lernumgebung gibt die Lehrperson dem Lerngegenstand eine äussere Form und legt die Rahmenbedingungen für den Lernprozess fest. Wie dies für die Lernumgebung zum Satz des Pythagoras aussieht, wurde bereits in Kapitel 5.1 ausführlich besprochen. Während der Durchführung der Lernumgebung ist es wichtig, dass die Lehrperson stets in Kontakt mit den Lernenden bleibt und gegebenenfalls die Lernumgebung oder die Vorgaben anpassen kann. Für diesen Kontakt eignet sich das Lernjournal sehr gut, wie der nächste Punkt genauer aufzeigen wird. Daneben muss ein Kanal eingerichtet werden, über welchen die Lehrperson alle Lernenden erreichen kann, um Änderungen bekannt zu geben. Ideal ist dafür ein gut sichtbares Anschlagbrett oder ein entsprechendes Werkzeug aus dem Bereich der Neuen Medien.

Lehrperson als begleitender Coach

Bei der Auseinandersetzung mit dem Satz des Pythagoras soll die Lehrperson für die Lernenden die Rolle des begleitenden Coachs übernehmen. Dieser unterstützt die Lernenden auf ihren individuellen Wegen zu den Lernzielen. Die Lehrperson darf sich dabei nicht nur auf ihre Sichtweise fixieren, sondern muss sich auf die Vorgehensweisen der Lernenden einlassen können (vgl. Ruf 2008a:22). Die Aufgabe als Coach ist es, darauf zu achten, dass die Lernenden das Ziel nicht aus den Augen verlieren und ihr Lernen positiv weiterentwicklen.

Alle Lernenden können so auf eine ideale Unterstürzung zählen, indem sie bei ihrem Lernprozess von zwei Personen direkt begleitet werden. Einerseits von einer oder einem Mitlernenden, welche oder welcher selber mitten im Lernprozess ist und andererseits von der Lehrperson, die einen guten Überblick über die gesamte Lernumgebung hat.

Für das Coaching durch die Lehrperson bietet wiederum das Lernjournal eine optimale Basis. Möglichst bald nach dem Start der Lernumgebung und nachdem die ersten Einträge gemacht sind, verschafft sich die Lehrperson einen ersten Überblick. Aufgrund dieser ersten Analyse entscheidet die Lehrperson, welche Lernenden in der Folge eine etwas engere Betreuung brauchen und bei welchen es genügt, einmal pro Woche im Lernjournal zu lesen.

Nach jedem Lesen im Lernjournal gibt die Lehrperson ein kurzes Feedback. Dabei geht es nur um die Inhalte, die formale Korrektheit wird weder überprüft noch korrigiert. Lösungen von einzelnen Aufgaben stehen eher im Hintergrund, da die Lernenden diese selber korrigieren können. Die Lehrperson muss hier nur eingreifen, falls sie bemerkt, dass falsch korrigiert wurde und dadurch ein Bild des Lerngegenstandes entstanden ist, welches nicht korrekt ist. Im Vordergrund des Feedbacks stehen vielmehr der Lernweg und die Selbstreflexion der Lernenden. Bei der Beurteilung dieses Lernweges konzentriert sich die Lehrperson hauptsächlich auf besonders erfolgsversprechende Vorgehensweisen, Lösungsansätze oder Ideen und versucht diese positiv zu verstärken (vgl. Ruf 2008a:22). Dazu gehören aber auch Sackgassen, die als solche erkannt werden, und aufgrund derer das Lernen anschliessend entsprechend umgestellt wurde (vgl. Guldimann 2010:121).

Das Feedback der Lehrperson soll den Lernenden in Bezug auf ihren weiteren Lernprozess helfen, sich für diesen zu motivieren. Nur wenn der eigene Fortschritt erkannt wird, und die Lernziele erreichbar scheinen, ist Motivation da, sich weiter intensiv mit dem Lerngegenstand auseinanderzusetzen. Da die Lernenden bezüglich ihrer Lernhaltung, wie weiter oben beschrieben, sehr unterschiedlich sind, ist ein individuelles Feedback sehr wichtig. Zentral in diesem Zusammenhang ist es auch, die Lernenden zu unterstützen, ihr weiteres Lernen zu planen und sich Ziele für die nächste Lernphase zu setzen. Nur, wenn diese weder über- noch unterfordern, sondern sich in der von Vygotsky (2002:300) definierten Zone der nächsten Entwicklung befinden, kann die Motivation beibehalten werden.

Das förderorientierte Diagnostizieren gehört zu einer der wichtigsten Kompetenzen einer Lehrperson im Umgang mit heterogenen Lerngruppen (vgl. Buholzer u. a. 2012:13ff). Unter pädagogischer Diagnostik werden dabei alle diagnostischen Tätigkeiten zusammengefasst, bei denen es darum geht, das individuelle Lernen zu verbessern und den weiteren Lernprozess möglichst optimal zu planen (vgl. Ingenkamp & Lissmann 1997:13).

Die Lehrperson sammelt zudem in einer Autografensammlung (vgl. Ruf 2008b:22f) Passagen aus Lernjournalen mit wichtigen oder besonderen Erkenntnissen, die sie in Rücksprache mit den Autoren, den Mitlernenden zur Verfügung stellt. Damit haben die Lernenden neben der Lern-

partnerschaft die Möglichkeit, zusätzlich Einblick in andere Lernprozesse zu erhalten und so das eigene Repertoire zu erweitern.

Zusammenführen der singulären Konzepte

In der letzten Phase der Lernumgebung hat die Lehrperson die schwierige Aufgabe, die singulären Konzepte der Lernenden zusammenzuführen. Es gilt, eine gemeinsame Basis zum Lerngegenstand festzulegen, auf welche später aufgebaut werden kann. Gleichzeitig soll die Individualität hier nicht einfach platt gewalzt werden, sondern Unterschiede sollen stehen gelassen und teilweise sogar betont werden. (vgl. Guldimann 2010:116f)

Für diese abschliessende Konsolidierungsphase treffen sich alle Lernenden zu einer Klassenkonferenz. In einem ersten Durchgang erklären alle Lernenden, welches die wichtigsten Erkenntnisse sind, die sie aus dieser Lernumgebung mitnehmen. Anschliessend sind die Lernenden aufgefordert, ihre singuläre Sichtweise zu verlassen und gemeinsam die zentralen Punkte der Lernumgebung auszuformulieren. Die Lehrperson moderiert diesen Austausch und ergänzt sofern nötig Punkte, die aus ihrer Sicht wichtig sind. Dabei sollen die Lernenden von der Erfahrung der Lehrperson profitieren können, die weiss, was für die zukünftige Auseinandersetzung mit Mathematik wichtig sein wird.

5.3 Leistungsbewertung

Die Lehrperson ist verpflichtet, die Leistungen der Lernenden in Bezug auf die Ziele des Lehrplans zu bewerten und am Ende des Semesters im Zeugnis festzuhalten. Soll die Lernumgebung zum Satz des Pythagoras wie oben beschrieben durchgeführt werden, und der Heterogenität der Lernenden Rechnung getragen werden, so muss auch die Leistungsbewertung überdacht werden. Neue Lernformen erfordern laut Winter (2011:4ff) auch eine Reform der Leistungsbeurteilung:

> "Zum einen soll die Leistungsbewertung in ein engeres Wechselverhältnis zum Lernprozess gebracht werden, indem ihre pädagogischen Funktionen betont werden. Die dominante Stellung der Leistungsüberprüfung, ihre Konzentration auf klausurartige Situationen und die Bewertung in Form von Ziffernnoten soll gleichzeitig zurückgedrängt werden." (Winter 2011:3)

Die didaktische Entwicklungsaufgabe der Berücksichtigung der Individualität der Lernenden soll nicht nur in der Lernumgebung selber, sondern auch in der Leistungsbewertung beachtet werden. Daher fokussiert diese nicht nur auf das Produkt am Ende der Lernumgebung, sondern berücksichtigt auch den Weg dorthin. Die Leistungsbewertung soll zudem bereits während des Lernprozesses stattfinden und so für die Lernenden eine Hilfe sein, ihr weiteres Arbeiten zu planen. Um dabei jedoch die Eigenverantwortung für das Lernen als wichtigen Bestandteil der Lernumgebung nicht wieder zu stark einzugrenzen, sollen sich die Lernenden am Bewertungsprozess beteiligen.

So kommt in der Lernumgebung zum Satz des Pythagoras eine zweidimensionale Leistungsbewertung zum Zuge, wie sie Ruf und Gallin (2011a:81ff) für ihr dialogisches Unterrichtskonzept vorschlagen. Diese bezieht sowohl die Wegbewertung (formativ) als auch die Produktbewertung (summativ) in die Gesamtbewertung der Leistungen der Lernenden ein. Bei der Wegbewertung wird die Leistung der Lernenden aufgrund ihrer individuellen Lernfortschritte beurteilt, wodurch die heterogenen Voraussetzungen berücksichtigt werden. So können alle Lernenden motiviert werden, den Lernprozess weiter voranzutreiben, egal, wo sie im Moment in Bezug auf die Lernziele stehen. Dieser Vergleich kommt in der Produktbewertung zum Tragen, wo beurteilt wird, ob die Lernenden die allgemeinen Lernziele in Bezug auf den Lerngegenstand erreicht haben. Dies soll den Lernenden und der Lehrperson eine Rückmeldung geben, ob das nötige Basiswissen erworben wurde, um den Lernprozess fortzusetzen, oder ob noch gewisse Defizite behoben werden müssen.

In der Lernumgebung sind die beiden Bewertungsarten folgendermassen ausgestaltet:

- Wegbewertung: Die Bewertung des Lernprozesses findet im Lernjournal statt. In Form einer schriftlichen Rückmeldung wird hier auf die individuellen Fortschritte bezüglich der Lernziele Bezug genommen. Dabei sind auch Irrwege, die als solche erkannt werden und aus denen die nötigen Schlüsse gezogen werden, als Fortschritt zu betrachten. Jeweils drei Personen sind für diese Wegbewertung zuständig. In einem ersten Schritt reflektieren und bewerten die Lernenden ihre Leistung selber, bevor sowohl die Lernpartnerin oder der Lernpartner als auch die Lehrperson dies auch noch tun. In ihren Rückmeldungen nehmen die beiden aussenstehenden Personen auch auf die metakognitiven Leistungen Bezug.

  Für den Einbezug in die Schlussbewertung ergänzt die Lehrperson die schriftliche Rückmeldung, in Anlehnung an den Vorschlag von Ruf und Gallin (2011a:80), mittels einer vierstufigen Bewertungsskala. Diese soll in Kurzform zum Ausdruck bringen, wie die Auseinandersetzung mit dem Lerngegenstand und der Lernfortschritt beurteilt wird. Dabei wird jeweils nicht unbedingt der ganze Lernjournaleintrag gesamthaft bewertet, sondern einzelne Lernphasen, Überlegungen und Erkenntnisse. Da der Fokus auf dem Inhalt des schriftlichen Feedbacks liegen soll und nicht auf Noten, wird bei genügenden Leistungen auf Symbole oder Zahlen verzichtet. Hingegen sollen klar erkennbare Eigenleistungen, gute Überlegungen und wichtige Erkenntnisse in der Rückmeldung mit einem "+" gekennzeichnet werden. Überraschende, ungewöhnliche oder originelle Leistungen sollen mit einem "++" besonders hervorgehoben werden. Liegt die Intensität der Auseinandersetzung mit dem Lerngegenstand jedoch deutlich unter den Möglichkeiten einer Lernenden oder eines Lernenden, so wird das jeweilige Feedback mit einem "-" ergänzt.
- Produktbewertung: Die summative Leistung der Lernenden findet an zwei Stellen in der Lernumgebung zum Satz des Pythagoras statt und betont dadurch die beiden inhaltlichen Hauptziele. Um beurteilen zu können, ob die Lernenden den Satz des Pythagoras verstanden haben und in Alltagsaufgaben anwenden können, findet zum Abschluss der Lernumgebung eine summative Prüfung statt. Ob die Lernenden in den Grundzügen verstanden haben, wie mathematisches Beweisen funktioniert, wird aufgrund des Dokuments beurteilt, in welchem sie einen Beweis des Satzes des Pythagoras nachvollziehen und in eigenen Worten festhalten. Dieses wird bewertet bezüglich der fachlichen Richtigkeit des Aufbaus des Beweises und der Übersichtlichkeit der Beweisführung. Um die Anteile am Umfang der Lernumgebung miteinzubeziehen, wird die Prüfung doppelt gezählt.

Für die Berechnung der Schlussnote zur Lernumgebung des Satzes des Pythagoras werden anschliessend die Schnitte der beiden Bewertungen verwendet. Wie dies etwa aussehen könnte, ist in der untenstehende stark vereinfachten zweidimensionalen Matrix zu sehen. Dabei sind dieselben Noten jeweils in einer Diagonalen von unten links nach oben rechts angeordnet. Abhängig von den Massstäben, wie die einzelnen Noten zustande kommen, kann die Position und die Steilheit dieser Diagonalen angepasst werden.

Schluss-bewertung		**Prozessbewertung**			
		-	**0**	**+**	**++**
Produktbewertung	**1**	1	2	3	3.5
	2	2	3	3.5	4
	3	3	3.5	4	5
	4	3.5	4	5	5.5
	5	4	5	5.5	6
	6	5	5.5	6	6

Abbildung 15: Mögliche Grundlage für die Berechnung der Schlussnote

Die in diesem Kapitel beschriebene Lernumgebung zum Satz des Pythagoras zeigt eine Möglichkeit zum konstruktiven Umgang mit Lernheterogenität. Wie Neue Medien mit ihren Potenzialen, wie sie in Kapitel 2 beschrieben wurden, diese Bemühungen zusätzlich unterstützen, die Organisation der Lernumgebung erleichtern, und helfen, die gestellten Entwicklungsaufgaben zu erfüllen, soll im folgenden Kapitel beschrieben werden.

6 Neue Medien in der Lernumgebung zum Satz des Pythagoras

Wie kann die beschriebene Lernumgebung zum Satz des Pythagoras durch den Einsatz von Werkzeugen aus dem Bereich der Neuen Medien unterstützt werden? Wie können diese Werkzeuge einen zusätzlichen Beitrag leisten, der Lernheterogenität auf der Sekundarstufe Rechnung zu tragen und diese als Potenzial zu nutzen?

Um diese zentralen Fragen dieser Master Thesis beantworten zu können, wird in diesem Kapitel in einem ersten Schritt der Medieneinsatz in der Lernumgebung zum Satz des Pythagoras ganz grob skizziert. Die genaue Analyse folgt anschliessend, aufgeteilt in die drei zentralen Bereiche des Medieneinsatzes. Dabei wird jeweils nach der Erläuterung der didaktischen Grundüberlegungen genauer auf das eingesetzte Werkzeug und dessen Potenzial eingegangen, um anschliessend aufzuzeigen, wie der Einsatz konkret aussieht.

6.1 Gestaltung der Lernumgebung zum Satz des Pythagoras mit Neuen Medien

Der Einsatz Neuer Medien in der Lernumgebung zum Satz des Pythagoras beschränkt sich auf zwei zentrale Werkzeuge. Da die meisten Lernenden der Sekundarstufe 1 noch relativ wenig Erfahrung mit der Unterstützung ihres Lernprozesses durch Neue Medien haben, soll der Einsatz möglichst übersichtlich sein und die Zuständigkeiten klar geregelt werden. Auf der Seite der Lehrperson kommt ein Lern-Management-System (LMS) zum Einsatz. Die Lernenden ihrerseits sind zuständig für ihr persönliches E-Portfolio. In der Interaktion zwischen den beiden Werkzeugen und allen am Lernprozess beteiligten Personen soll der Lernprozess stattfinden.

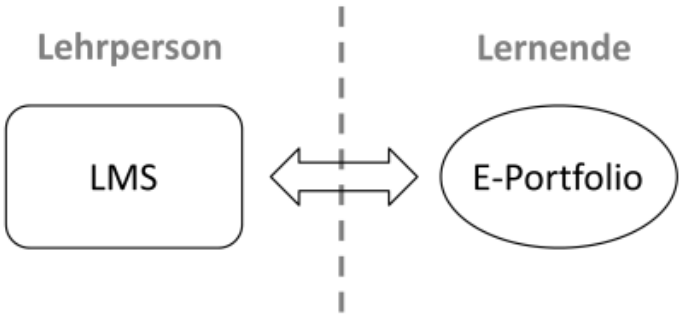


Abbildung 16: Vereinfachte Darstellung des Medieneinsatzes

Wichtig bei der Wahl der beiden Werkzeuge war zudem die Plattformunabhängigkeit. Für die Benutzung sollte einzig ein Zugang zum Internet und ein Webbrowser nötig sein. So können die Lernenden diese Werkzeuge mit verschiedensten Geräten nutzen und sind nicht auf eine

vorbestimmte Plattform angewiesen. Dadurch wird der Medieneinsatz flexibler und ist nicht von Geräten abhängig, die von der Schule zur Verfügung gestellt werden. So kann beispielsweise in der Schule mit einem Laptop oder Tablet, unterwegs mit einem Smartphone und zu Hause mit einem Desktop-Computer gearbeitet werden.

Die Integration dieser beiden zentralen Werkzeuge in die Lernumgebung sieht in groben Zügen folgendermassen aus: Der Lerngegenstand wird durch die Lehrperson im LMS didaktisch aufbereitet und den Lernenden zur Verfügung gestellt. Darin enthalten sind zudem Verweise auf weitere Ressourcen in Lehrbüchern oder im Internet. Durch die individuelle Auseinandersetzung mit dem Lerngegenstand eignen sich die Lernenden Wissen zu diesem an. Dieses ist geprägt von der Persönlichkeit der Lernenden und vom gewählten Lernweg. In einem Weblog als Bestandteil eines E-Portfolios dokumentieren und reflektieren die Lernenden ihren Lernprozess und die dabei gewonnenen Erkenntnisse. Das E-Portfolio ist das Schaufenster gegen aussen, welches es jedoch den Lernenden ermöglicht, zu bestimmen, welche Personen auf welche Inhalte Zugriff haben. Durch den Austausch mit der Lehrperson und den Mitlernenden über deren E-Portfolio können die Lernenden ihr Wissen vertiefen, anpassen und erweitern.

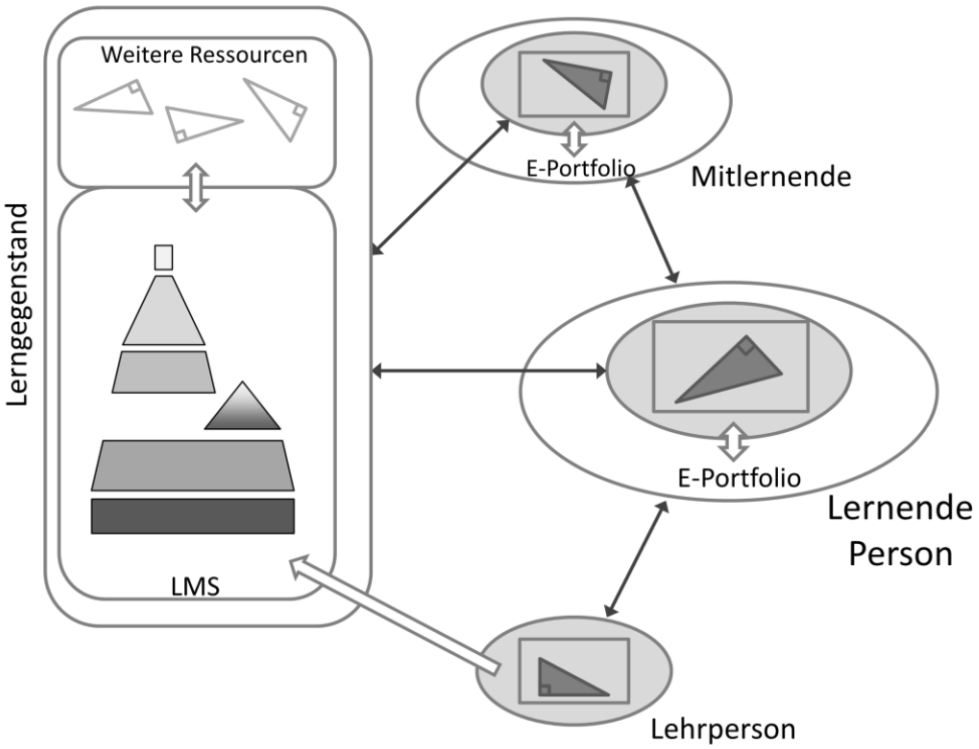


Abbildung 17: Übersicht Gestaltung der Lernumgebung mit Neuen Medien

Grob kann die Lernumgebung zum Satz des Pythagoras in drei unterschiedliche Bereiche unterteilt werden, in denen Neue Medien den Lernprozess unterstützen und den produktiven Umgang mit Lernheterogenität fördern. Angelehnt ist diese Unterteilung an das 3-C-Rahmen-

modell des didaktischen Designs von Kerres und de Witt (2003:103), welches die drei Bereiche Content, Construction und Communication unterscheidet. Es sind dies:

- Die von der Lehrperson gestaltete Lernumgebung zum Lerngegenstand
- Die persönlichen Lernumgebungen der Lernenden, in welchen sie neues Wissen aufbauen
- Der Dialog, der zwischen den beiden obengenannten stattfindet

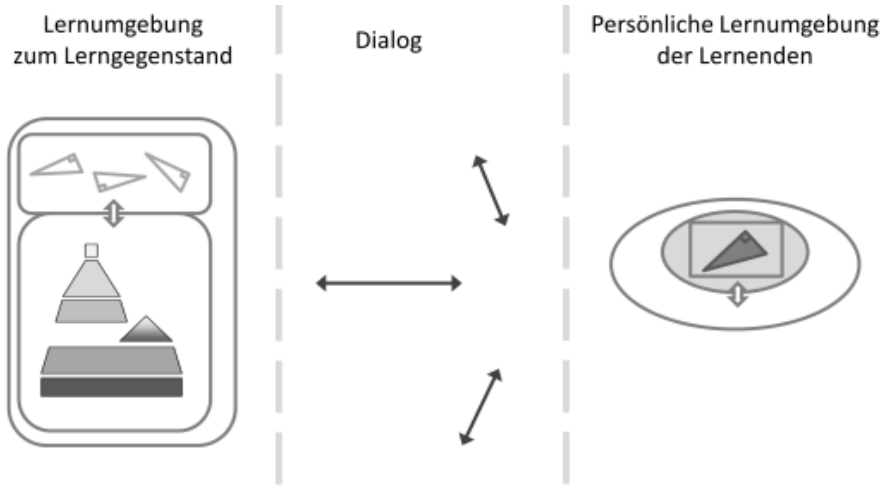


Abbildung 18: Drei Hauptbereiche der Lernumgebung in denen Neue Medien zum Einsatz kommen

Diese drei Bereiche bilden die Grundlage, um den Einsatz der Neuen Medien in der Lernumgebung genauer unter die Lupe zu nehmen. Dazu wird jeweils in einem ersten Schritt aufgezeigt, auf welchen didaktischen Grundlagen dieser Bereich aufbaut. Diese Basis ist wichtig für die Planung des Medieneinsatzes, denn die Medien selber bleiben weiterhin nur ein Werkzeug. Neue Medien führen weder automatisch zu besseren Ergebnissen, noch machen sie neue Methoden möglich. Ihr Wirkungsbereich ist eingeschränkt auf herkömmliche Lehr- und Lernformen, wo sie jedoch alternative Herangehensweisen ermöglichen. So bieten sie zusätzliches Potenzial um selbst gesteuertes, anwendungsnahes und kooperatives Lernen zu unterstützen (vgl. Kerres 2012:105). In einem zweiten Schritt soll dann das verwendete Instrument kurz vorgestellt werden. Dabei wird aufgezeigt, in welcher Form die in Kapitel 2 vorgestellten Potenziale Neuer Medien genutzt werden können. Dies bildet die Grundlage, um jeweils abschliessend aufzuzeigen, wie der konkrete Einsatz in der Lernumgebung zum Satz des Pythagoras aussieht. Dabei wird davon ausgegangen, dass die Lernenden bereits früher in die eingesetzten Werkzeuge eingeführt wurden. Damit diese für den Lernprozess wie beschrieben ein Gewinn sind, und von allen beteiligten Personen auch so wahrgenommen werden, ist ein strukturierter Einführungsprozess in die Arbeit mit diesen Werkzeugen nötig (vgl. Salmon 2004:19f). Dies muss schrittweise erfolgen und würde den Rahmen einer einzigen Lernumgebung sprengen. Die Implementierung der eingesetzten Werkzeuge ist nicht Teil dieser Arbeit, müsste aber im Hinblick auf eine konkrete Umsetzung beachtet werden.

6.2 Lernumgebung zum Lerngegenstand

6.2.1 Didaktische Grundüberlegungen

In der Lernumgebung zum Lerngegenstand bereitet die Lehrperson den Lerngegenstand für die Lernenden auf und organisiert den groben Ablauf. Lerninhalte vermitteln sich jedoch nicht allein durch ihre Präsentation, sondern sind mit didaktischen Methoden aufzubereiten (vgl. Kerres 2012:297). In der Lernumgebung zum Satz des Pythagoras sollen die Lernenden nur soweit geführt werden, dass sie sich von der neuen Herausforderung nicht überfordert fühlen und dadurch die Motivation verlieren. Zu diesem Zweck wurde die Lernumgebung zum Satz des Pythagoras, wie in Kapitel 5 beschrieben, grob in einzelne Phasen mit Zwischenzielen eingeteilt. Diese geben den Lernenden Anhaltspunkte und damit eine Orientierungshilfe.

Daneben soll die Lernumgebung die selbstaktive und entdeckende Auseinandersetzung mit dem Lerngegenstand fördern, wie es als Entwicklungsaufgabe in Kapitel 4.6 formuliert wurde. Um der Heterogenität der Lernenden gerecht zu werden, werden ihnen möglichst viele Freiheiten gewährt, damit sie ihre eigenen Lernwege gehen können. Initiiert werden sollen solche Phasen im Lernprozess durch didaktisch aufbereitete Probleme.

Förderung individueller Lernwege durch didaktische Probleme

Ein Problem ist einfach gesagt ein Hindernis, welches zwischen der derzeitigen und der zukünftigen gewünschten Situation steht. In Bezug auf problemorientiertes Lernen unterscheidet Reusser (2005:160) Probleme, deren Struktur für die Lernenden bereits bekannt ist und daher hauptsächlich zur Vertiefung, Überprüfung und Anwendung von bereits erworbenem Wissen dienen, von fachlich bedeutsamen, authentischen Problemen. Baumgartner (2011:249f) geht noch einen Schritt weiter und spricht nur im zweiten Fall von Problemen, den ersten Fall zählt er entweder zu Aufträgen oder Aufgaben. In der Lernumgebung zum Satz des Pythagoras sollen grösstenteils Probleme der zweiten Art zum Zuge kommen. So sind die Lernenden gezwungen, sich in jeder Situation neu zu orientieren und können nicht einfach streng nach Rezept vorgehen. Dies führt zu beweglicherem Wissen.

Probleme wirken sich erfahrungsgemäss positiv auf den Bezug der Lernenden zu den Lernanforderungen aus. "Es braucht keine oder nur wenige didaktische Kunstgriffe, um Lernenden einen Gegenstand oder ein Ziel mit extrinsischen Mitteln schmackhaft zu machen und ihre Such- und Denktätigkeit anzustacheln. Die motivierende Funktion von Problemen stellt allein deshalb schon einen wichtigen Grund zu einem entsprechenden Vorgehen im Unterricht dar." (Reusser 2005:165) Auf Probleme basierende Unterrichtsphasen brauchen daher keine längeren

Einführungs- und Belehrungsphasen, sondern die gestellte Herausforderung reicht oft, um selbstständiges Lernen auszulösen.

Der Prozess der Auseinandersetzung mit einem Problem soll von der lernenden Person gesteuert werden. Aebli (2011:300) fordert in diesem Zusammenhang das Prinzip der minimalen Hilfe und meint damit, dass dem selbstständigen Nachdenken so lange sein Lauf gewährt werden soll, als der Lernende der Lösung des Problems näher kommt. Auch wenn der Lernprozess ins Stocken gerät, soll die Lehrperson die Führung nicht sofort mit eng gefassten Fragen und Aufforderungen übernehmen, sondern die Lernenden auffordern, den Prozess zu reflektieren. Eine solche Autonomie im Zusammenhang mit der Auseinandersetzung mit Problemen kann lernfördernd sein, gleichzeitig kann aber zu viel davon auch Überforderung hervorrufen und sich negativ auf die Motivation auswirken (vgl. Lipowsky 2009:80). In Bezug auf die Gestaltung der Lernumgebung zum Satz des Pythagoras ist daher darauf zu achten, dass die Lernenden zwar möglichst viel Freiheit haben, es aber daneben verschiedene Möglichkeiten gibt, sich bei Bedarf Hilfe zu holen.

Problemlösen im Unterricht ist gleichzeitig Mittel und Zweck. Die Auseinandersetzung mit Problemen hilft den Lernenden nicht nur, sich neues Wissen anzueignen und dieses mit bestehenden kognitiven Strukturen zu verknüpfen, sondern auch, sich Strategien zum Prozess selber anzueignen. Darauf soll dann hauptsächlich in den nachfolgenden beiden Kapiteln zur persönlichen Lernumgebung der Lernenden und zum Dialog eingegangen werden.

Anforderungen an didaktische Probleme

Es stellt sich nun die Frage, wie ein Problem didaktisch ausgestaltet sein muss, damit dieses wie oben erwähnt zum Lernen motiviert, sich zur Erschliessung des Lerninhaltes eignet, und dass damit auch Methodenwissen angeeignet werden kann. In der Literatur sind verschiedene Systeme zur Beurteilung der Qualität von (Problemlöse-)Aufgaben zu finden (vgl. beispielsweise Blömeke u. a. 2006:335ff; Vollrath & J. Roth 2011:62ff). Als Grundlage soll hier eine Analyse von Jonassen (2000:64f) zur Vielfalt möglicher Arten von Problemen dienen. Dabei stiess er auf drei Hauptbereiche, in welchen sich diese unterscheiden: Strukturiertheit, Komplexität und fachliche Spezifität.

- Strukturiertheit

  Je mehr Elemente, Regeln, Prinzipien und mögliche Lösungen bereits bekannt sind, desto besser strukturiert ist ein Problem. Lernende sind in der Schule häufig mit sehr gut strukturierten Problemen konfrontiert, die eher als vorstrukturierte Aufgaben bezeichnet werden müssen. Im Alltag werden wir hingegen oft mit unstrukturierten Problemen konfrontiert. Diese zeichnen sich dadurch aus, dass nicht alle Bestandteile von Anfang an

bekannt sind, dass es mehrere Möglichkeiten gibt, das Problem anzupacken, dass es nicht nur eine richtige Lösung gibt, und dass daher auch die Persönlichkeit der involvierten Person eine bedeutende Rolle spielt (vgl. Jonassen 2000:66f).

Wie bereits oben ausgeführt, sollen die didaktischen Probleme der Lernumgebung zum Satz des Pythagoras nur soweit strukturiert sein, dass deren Bewältigung die Lernenden nicht überfordert und wie es für das Erreichen der Lernziele nötig ist. Gleichzeitig sollte den Lernenden möglichst viel Freiraum geboten werden, damit individuelle Lösungswege möglich sind. Da die Lernenden diesbezüglich sehr unterschiedliche Anforderungen an didaktische Probleme haben, ist es wichtig, dass die Lernumgebung in Bezug auf die Strukturiertheit der Probleme differenziert werden kann. Bei der Auseinandersetzung mit den Problemen sollen die Lernenden die Möglichkeit haben, auf ergänzende Strukturen zuzugreifen.

- Komplexität

  Die Komplexität eines Problems kann anhand der Anzahl Themen, Funktionen und Variablen, die an diesem beteiligt sind, definiert werden. Je zahlreicher solche Elemente involviert sind, desto mehr kognitive Operationen sind zur Lösung des Problems notwendig, was zu einer Zunahme der Komplexität führt. Zwar gibt es gewisse Parallelen zwischen Komplexität und Unstrukturiertheit, doch gibt es auch klar strukturierte Probleme, zu deren Lösung viele Operationen notwendig sind, und die daher sehr komplex sind (vgl. ebd.:67f).

  Die Wahl der Komplexität eines didaktisch aufbereiteten Problems hat direkte Auswirkungen auf die Motivation. Probleme, die von den kognitiven Anforderungen her deutlich über oder unter den Möglichkeiten der Lernenden liegen führen zu einer Abnahme der Motivation, sich mit diesem Problem auseinanderzusetzen. Dies wirkt sich wiederum negativ auf den Lernerfolg aus. Das Problem ist idealerweise so beschaffen, dass die Anforderungen knapp über den bereits vorhanden kognitiven Fähigkeiten liegen, in der sogenannten Zone der nächsten Entwicklung (vgl. Vygotskij 2002:300).

  Um der Heterogenität der Lernenden gerecht zu werden, stehen in der Lernumgebung mehrere Probleme verschiedenster Komplexität zur Verfügung und sie sind auch entsprechend deklariert. So können die Lernenden selber das Tempo bestimmen, in welchem sie die Komplexität steigern möchten.

- fachliche Spezifität

  Probleme der verschiedenen Fachgebiete unterscheiden sich in ihrer Ausprägung und erfordern verschiedene Problemlösestrategien (vgl. Jonassen 2000:68). Um sicherzustellen, dass handlungsrelevante Lernerfolge erzielt werden können, müssen die durch

die Auseinandersetzung mit dem Problem angeeigneten Kenntnisse, Fertigkeiten und Fähigkeiten flexibel einsetzbar sein. Es sollte also ein Transfer auf andere Probleme möglich sein. Je nach fachlicher Spezifität eines Problems hilft dieses eher zur Aneignung von Wissen und Problemlösestrategien fachspezifischer oder allgemeiner Art.

Die Lernumgebung ist so angelegt, dass von relativ stark auf den Satz des Pythagoras ausgerichteten Problemen langsam zu solchen übergegangen wird, die mehrere Themen beinhalten. Zum Schluss besteht dann auch noch die Möglichkeit, sich überfachlichen Themen zu widmen.

In den oben aufgeführten Bereichen lässt sich ein Problem didaktisch variieren. Daneben ist es wichtig, dass ein Problem von den Lernenden auch als solches wahrgenommen wird. Das heisst, es sollte bei den Lernenden durch die Differenz zwischen derzeitigem und angestrebtem Wissen das Bedürfnis auslösen, sich mit diesem Problem auseinanderzusetzen und eine Lösung zu finden. Zu diesem Zweck muss das Problem aus der Sicht des Lernenden eine gewisse Aktualität besitzen und als subjektiv bedeutsam erlebt werden (vgl. Reusser 2005:167).

6.2.2 Werkzeug: Lern-Management-System (LMS)

Um die didaktischen Grundüberlegungen zur Lernumgebung zum Lerngegenstand umsetzen zu können, und dabei das Potenzial der Neuen Medien nutzen zu können, soll ein Lern-Management-System (LMS) zum Einsatz kommen. Die folgenden Ausführungen orientieren sich am Open-Source-LMS Moodle[3], wobei auch ein anderes LMS mit ähnlicher Funktionalität zum Einsatz kommen könnte.

Definition

Eine Lernplattform, wie ein LMS häufig auch bezeichnet wird, kann folgendermassen definiert werden:

> "Unter einer webbasierten Lernplattform ist eine serverseitig installierte Software zu verstehen, die beliebige Lerninhalte über das Internet zu vermitteln hilft und die Organisation der dabei notwendigen Lernprozesse unterstützt." (Baumgartner, Häfele, & Maier-Häfele 2002:24)

Ein LMS hilft hauptsächlich der Lehrperson, eine Lernumgebung zu organisieren. Kerres (2012:439ff) sieht dabei fünf zentrale Funktionen einer Lernplattform:

- Rollen einer sozialen Inszenierung zuweisen
- Aktivitäten von Akteuren organisieren
- Lernmaterialien managen

[3] Detaillierte Informationen zum LMS Moodle sind auf der Community-Webseite www.moodle.org zu finden.

- Metainformationen für das Lernen bereitstellen
- Lernprozesse und -ergebnisse dokumentieren

Diese sollen anschliessend Grundlage für die Beschreibung der konkreten Anwendung in der Lernumgebung sein. Im Gegensatz zu anderen Autoren (vgl. beispielsweise Kalz u. a. 2011:112) fehlt bei der Auflistung von Kerres die Kommunikation. Diese ist aber auch für die Lernumgebung zum Satz des Pythagoras nicht von zentraler Bedeutung, da ein Grossteil der lernrelevanten Kommunikation über des E-Portfolio laufen wird, auf welches später noch genauer eingegangen wird.

Potenzial des LMS als neues Medium

Ein LMS vereint alle in Kapitel 2 herausgearbeiteten Potenziale der Neuen Medien:

- Multimedialität: Ein LMS erlaubt es der Lehrperson, ohne grosses technisches Vorwissen Lernmaterialien verschiedenster medialer Codierung für die Lernenden bereitzustellen. In der Lernumgebung zum Satz des Pythagoras können so beispielsweise Aufgaben mit Text und Bild doppelt codiert werden, was sie für die Lernenden besser verständlich macht. Dies allein ist noch kein grosser Gewinn gegenüber dem derzeit verwendeten Schulbuch. Speziell zum Tragen kommt die Multimedialität der Neuen Medien bei der Auseinandersetzung mit den Beweisen. Diese können den Lernenden sowohl als Text, Bild und Animation angeboten werden.
- Hypertext: Durch die Verwendung von Hypertext muss die Lernumgebung zum Satz des Pythagoras nicht linear gestalten werden und begünstigt dadurch individuelle Lernwege. Den Lernenden können dabei die Möglichkeiten geboten werden, die Aufgabenreihenfolgen selber zu bestimmen, verschieden medial aufbereitete Hinweise zu verwenden, Bezüge zu früheren Lerninhalten zu schaffen und auf Informationen ausserhalb der Lernumgebung zuzugreifen. Um die Übersichtlichkeit trotzdem zu wahren, sollen die Hyperlinks ganz gezielt eingesetzt und bei Links ins Internet erklärt werden, wozu diese helfen können.
- Verfügbarkeit: Wichtige Informationen zur Lernumgebung können die Lernenden über das Internet von überallher und zu jeder Zeit abrufen. Dabei ist ihnen auch freigestellt, welches internetfähige Gerät sie dazu benutzen. Den Lernenden kann so relativ viel Freiraum gewährt werden, um ihr eigenes Lernen zu organisieren.

  Für die Lehrperson ist noch eine andere Art der Verfügbarkeit wichtig, nämlich die Wiederverwertung von Inhalten. Einmal erstellte Inhalte oder ganze Lernumgebungen können für spätere Verwendungen relativ einfach übernommen und angepasst werden.

- Neue Interaktionsmöglichkeiten: Wie bereits erwähnt, wird in diesem Bereich das Potenzial eines LMS nicht vollständig ausgenützt, da ein Grossteil der Kommunikation, wie noch in Kapitel 6.4 beschrieben wird, über das E-Portfolio abläuft. Foren bieten jedoch zusätzliche Möglichkeiten für den Informationsaustausch der Lernenden untereinander und mit der Lehrperson. So kann beispielsweise der Frage-Antwort-Pool mit einem Diskussionsforum organisiert werden.

6.2.3 Einsatzbereiche in der Lernumgebung zum Satz des Pythagoras

Nicht näher eingegangen werden soll hier auf die Funktion der Rollenzuweisung und der Dokumentation des Lernprozesses. Die Rollenzuweisung wird in der geplanten Lernumgebung sehr einfach gehalten, indem die ganze Klasse auf alle Inhalte Zugriff hat, diese aber für aussenstehende Personen nicht zugänglich sind. Die Dokumentation des Lernprozesses findet, wie in Kapitel 6.3 noch genauer beschrieben wird, im E-Portfolio statt. In diesem Zusammenhang wird das LMS einzig verwendet, um die einzelnen Beurteilungen an einem zentralen Ort zu sammeln und den Lernenden einen Überblick zu geben, welche Aufträge aus Sicht der Lehrperson erledigt sind.

Strukturierung und Organisation der Lernumgebung

Wie in den didaktischen Grundüberlegungen ausgeführt, ist es für die Lernenden wichtig, die Grobstruktur der Lernumgebung zu kennen, um Anhaltspunkte zur Orientierung zu haben. Die Einteilung der Lernumgebung in die sieben Hauptphasen Einstieg, problembasierter Aufbau, Festigung, mathematisches Beweisen, Üben, Reflexion und Festhalten (siehe Kapitel 5.1) wird auf der entsprechenden LMS-Seite zum Satz des Pythagoras durch separate Abschnitte grafisch deutlich hervorgehoben. Zu jeder Phase ist jeweils angegeben, welches die Ziele sind, mit welchem zeitlichen Aufwand etwa zu rechnen ist, welche Aufträge von allen zu erledigen sind und welche Termine dabei beachtet werden müssen. Die jeweils benötigten und gegebenenfalls zusätzlichen Lernmaterialien sind über Hyperlinks zu erreichen. Die Lernenden haben so im LMS immer einen Überblick, was noch alles auf sie zukommt, und können ihr Lernen besser planen.

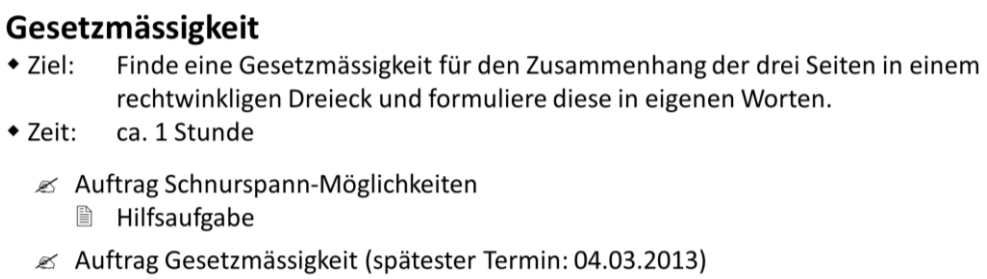


Abbildung 19: Mögliche Strukturierung einer Phase der Lernumgebung im LMS

Dadurch, dass Aufträge auch als solche im LMS erfasst werden und nicht bloss als Text, gibt es weitere Möglichkeiten, welche die Organisation für Lernende und Lehrperson erleichtern können. Der Abgabetermin wird so zu einem zentralen Kalender des LMS hinzugefügt, was den Lernenden hilft, die Übersicht zu behalten, auch wenn in mehreren Fächern gleichzeitig Aufträge zu erledigen sind. Für Jugendliche, die eine elektronische Agenda führen, würde sogar die Möglichkeit bestehen, die Termine in diese zu integrieren.

Aufträge bieten zudem die Möglichkeit der Bewertung. So kann die Lehrperson im oberen Beispiel beim zweiten Auftrag angeben, sobald dieser aus ihrer Sicht erfüllt ist. Dies hilft sowohl den Lernenden als auch der Lehrperson, den Überblick zu behalten.

Auch die Abgabe von Dokumenten kann direkt über das LMS abgewickelt werden. Mit Hilfe einer Datenbank kann das LMS so eingerichtet werden, dass die Lernenden Zugriff auf die Arbeiten der Mitlernenden haben, sobald sie selber etwas abgegeben haben. In der Lernumgebung kann so das gegenseitige Begutachten der Ausführungen zu den verschiedenen Beweisen des Satzes des Pythagoras organisiert werden.

Dadurch, dass alle organisatorischen Informationen zur Lernumgebung im LMS zu finden sind, haben die Lernenden jederzeit und von allen internetfähigen Geräten Zugriff drauf. Der Arbeitsplatz kann dadurch relativ flexibel nach den persönlichen Bedürfnissen gewählt werden. Dies ist aber nur der Fall, wenn entsprechende mobile Geräte zur Verfügung stehen, sonst hängt der Arbeitsplatz mit dem Standort des Computers zusammen oder die benötigten Dokumente müssen vorher ausgedruckt werden.

Durch die Verwendung eines LMS gewinnt die Lernumgebung auch an Flexibilität. Die Lehrperson kann sofort reagieren, wenn sie merkt, dass zusätzliche Materialien erforderlich, die Erklärungen unklar oder die Zeitangaben zu knapp bemessen sind, und die entsprechenden Änderungen im LMS vornehmen. Wie unter dem Punkt Kommunikation weiter unten genauer aufgezeigt wird, kann die Lehrperson die Lernenden innerhalb des LMS auch sehr zeitnah über diese Änderungen informieren.

Lernmaterialien zur Verfügung stellen

Zu den einzelnen Phasen der Lernumgebung gibt es im LMS eine durch die Lehrperson didaktisch aufbereitete Wissensumwelt. Diese soll den Lernenden helfen, die Lernziele zu erreichen. Durch die Verwendung von Hyperlinks müssen die Lernenden dabei nicht einen von der Lehrperson vorbestimmten Lernweg gehen, sondern können diesen bis zu einem gewissen Grad selber bestimmen.

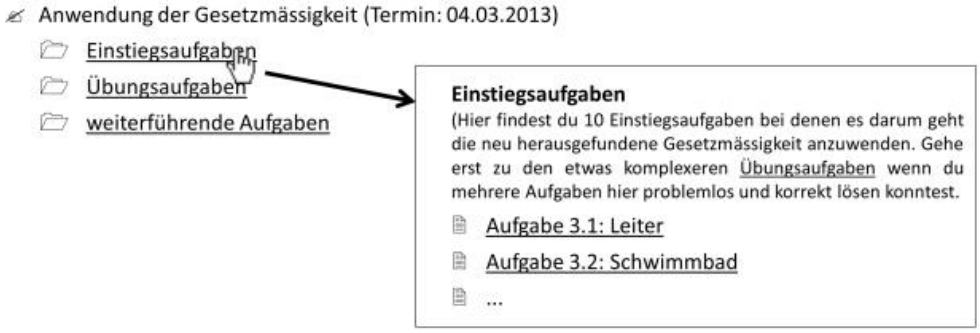


Abbildung 20: Verwendung von Hyperlink zur Gestaltung der Lernumgebung

Mit Hilfe von Hypertext kann auch auf die unterschiedlichen Bedürfnisse bezüglich der Strukturiertheit von Problemaufgaben, wie sie in den didaktischen Grundüberlegungen dargestellt sind, reagiert werden. Wenig strukturierte Aufgaben können so beispielsweise mit zusätzlichen Hinweisen verlinkt werden. Dies kann eine erklärende Skizze oder ein Hinweis zum Lösungsweg sein. Davon soll aber nur Gebrauch gemacht werden, wenn trotz längerem Probieren kein Lösungsweg gefunden wird, was den Lernenden auch klar kommuniziert wird. Falls die Lehrperson merkt, dass einzelne Lernende mit dieser Eigenverantwortung nicht umgehen können, muss mit diesen das Gespräch gesucht werden. Dabei kann auch darauf hingewiesen werden, dass die Lehrperson sieht, welche Person auf welche Seiten zugreift. Falls dadurch auch keine Besserung eintritt, müsste überlegt werden, die Hilfen mit einem Passwort zu schützen oder diese in Papierform bei der Lehrperson zu lagern. Aus dem gleichen Grund soll am Anfang noch auf eine direkte Verlinkung der Lösungen verzichtet werden. Sobald sich die Lernenden das eigenverantwortliche Lernen besser gewohnt sind, könnte auch dadurch das Potenzial der Hyperlinks ausgenutzt werden. Zudem besteht die Möglichkeit, verwandte Aufgaben zu verlinken. So haben die Lernenden die Möglichkeit, wenn sie beim Lösen dieser Aufgabe Mühe hatten, diese Art des Problemlösens bei einer ähnlichen Aufgabe zu üben und weiter zu vertiefen.

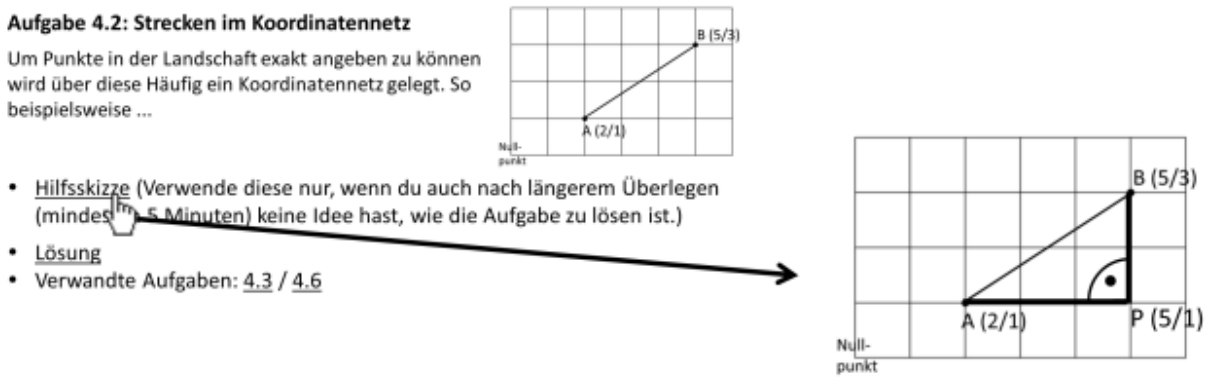


Abbildung 21: Beispiel für Hilfe zu einer Aufgabe

Die Verwendung eines LMS für die Aufbereitung des Lerngegenstandes bietet zudem die Möglichkeit, diesen multimedial darzustellen und den Lernenden dadurch verschiedene Zugänge zu ermöglichen. Gerade beim Nachvollziehen von Beweisen zum Satz des Pythagoras kann es sehr hilfreich sein, wenn die Inhalte nicht nur in Text und Bild dargestellt werden, sondern es auch noch die Möglichkeit gibt, mit einer Animation durch Änderung der Vorgaben praktische Erfahrungen zu sammeln oder den ganzen Vorgang in einem Video zu sehen.

Beweis 2: Scherungsbeweis

Die untenstehende Skizze zeigt, wie aus dem Quadrat über der Seite a und jenem über der Seite b durch geschickte Umformung und Verschiebung das Quadrat über der Seite c entsteht. Erkläre wie damit der Satz des Pythagoras bewiesen werden kann. Gehe dabei im Speziellen auch darauf ein, wie sich die hellgraue und dunkelgraue Fläche von Bild zu Bild verändert.

- Animation
- Video (Youtube)
- alternative Erklärung (Deutsch)
- alternative Erklärung (Englisch)

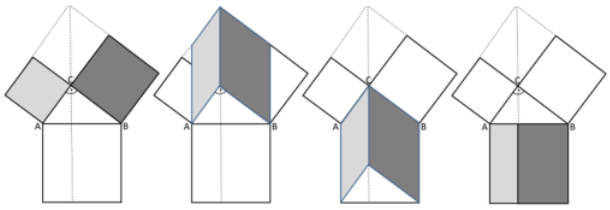


Abbildung 22: Beispiel zum Einsatz verschiedener Medien

Wie das obere Beispiel zeigt, bieten Hyperlinks zudem die Möglichkeit, auf Quellen zu verweisen, die nicht von der Lehrperson stammen und spezifisch für diese Lernumgebung angefertigt wurden. Die Wissensumwelt kann so breiter und vielfältiger gestaltet werden. Die Lernenden können dann jene Elemente wählen, welche sie auf ihrem Lernweg benötigen.

Durch entsprechende Hinweise und Weblinks ist es auch einfach, interessierten Lernenden Material für die zusätzliche Vertiefung eines Themas zur Verfügung zu stellen. So könnte beispielsweise bei der Auseinandersetzung mit Pythagoras darauf hingewiesen werden, wo zusätzliche Informationen zu den anderen von ihm erforschten Gebieten zu finden sind.

Austausch von selbst erstelltem Lernmaterial

Eine im LMS integrierte Datenbank eignet sich sehr gut, um den Austausch von selbst erstellten Lernmaterialien unter den Lernenden zu organisieren. Wie in der Beschreibung der Lernumgebung in Kapitel 5.1.5 erwähnt, hilft das Erstellen von eigenen Aufgaben und dazugehörigen Musterlösungen, das Wissen über einen Lerngegenstand zu festigen. Indem diese Aufgaben anschliessend in eine Datenbank des LMS hochgeladen werden, können sie der ganzen Klasse zur Verfügung gestellt werden. Im Gegensatz zur herkömmlichen Organisation auf Papier sind die Aufgaben im LMS anschliessend jederzeit und für mehrere Lernende gleichzeitig verfügbar. Eine falsche Lösung kann zudem problemlos ausgetauscht werden. Sollte es einmal unterschiedliche Meinungen bezüglich Lösung oder Lösungsweg zwischen der erstellenden und der lösenden Person geben, kann dies mit Hilfe der Kommentarfunktion direkt bei der entsprechenden Aufgabe

geklärt werden. Solche Diskussionen sind wichtig für das tiefere Verständnis des Lerngegenstandes und helfen allen beteiligten Personen. Da sie in der Datenbank anschliessend bei der Aufgabe stehen bleiben, können später auch noch andere Lernende davon profitieren.

Kommunikation

Wie bereits erwähnt wird ein Grossteil der Kommunikation über das E-Portfolio stattfinden, doch in zwei Bereichen soll mit dem Forum eines der verschiedenen Kommunikationswerkzeuge eines LMS verwendet werden. Einerseits für den Frage-Antwort-Pool und andererseits für Mitteilungen der Lehrperson.

Für Fragen der Lernenden zu Inhalten der Lernumgebung gibt es neben der Möglichkeit, diese direkt einer am Lernprozess beteiligten Person zu stellen, ein speziell dafür eingerichtetes Forum. Die zweite Variante und damit die Benutzung eines Werkzeugs aus dem Bereich der Neuen Medien hat dabei gleich mehrere Vorteile: Erstens kann die Frage allgemein in die Runde gestellt werden und es muss nicht zuerst herausgefunden werden, wer wohl die richtige Ansprechperson dafür ist. Zweitens kann die Frage gleich sofort gestellt werden und es muss nicht zuerst gewartet werden, bis beispielsweise die Lehrperson Zeit hat oder bis die nächste Unterrichtslektion stattfindet. Drittens bleibt die Antwort im Forum stehen und andere Lernende können auch von dieser profitieren. Der Nachteil ist hingegen, dass Fragen oft nicht sofort beantwortet werden. Wenn dies nötig sein sollte, gibt es immer noch die Möglichkeit, sich direkt an eine beteiligte Person zu wenden. Neue Medien sollen herkömmliche Methoden nicht verdrängen, sondern eine Ergänzung zu diesen bieten.

Arithmetischer Beweis: $(b - a)^2 = ?$
Lernender 1 - 03.04.2013 13:00

Für den arithmetischen Beweis des Satz des Pythagoras sollte ich folgenden Term vereinfachen können: **$(b - a)^2$**.
Hat jemand eine Idee wie man das macht?

> **Re: Arithmetischer Beweis: $(b - a)^2 = ?$**
> Lernende 2 - 03.04.2013 13:10
>
> Habe da auf Wikipedia eine Hilfe gefunden: www.wikipedia.org/wiki/Binomische_Formel
>
> **Re: Arithmetischer Beweis: $(b - a)^2 = ?$**
> Lernender 3 - 03.04.2013 13:12
>
> Auf youtube gibt es sogar einen Song dazu: www.youtube.com/watch?v=9UdvaF9J-9Y
>
> > **Re: Arithmetischer Beweis: $(b - a)^2 = ?$**
> > Lernender 1 - 03.04.2013 13:30
> >
> > Vielen Dank für eure Hilfe!

Abbildung 23: Beispiel für die Verwendung des Forums

Die Lehrperson benutzt ein Mitteilungsforum, um Informationen möglichst schnell an die Lernenden weiterzugeben. Dafür muss sie nicht den Lernprozess unterbrechen, sondern bei den

Lernenden erscheint im LMS ein Hinweis auf eine neue Nachricht. Die Lernenden können zudem die Einstellung vornehmen, dass sie alle Nachrichten auch noch per E-Mail erhalten. Die Verwendung eines Forums für solche Mitteilungen hat des Weiteren den Vorteil, dass die Lernenden Rückfragen direkt dort stellen können und diese zusammen mit den Antworten für die Mitlernenden im Forum stehen bleiben.

Selbstständige Lernzielkontrolle

Ein LMS wie beispielsweise Moodle bietet der Lehrperson die Möglichkeit, Tests zu verfassen, welche anschliessend von den Lernenden selbstständig gelöst werden können. Wenn es auf die gestellten Fragen eindeutige Antworten gibt und diese vorgängig eingegeben wurden, wird der Test automatisch korrigiert und die Lernenden erhalten umgehend ein Feedback. Ein solcher Test ist ein guter Einstieg in die Übungsphase der Lernumgebung zum Satz des Pythagoras (siehe Kapitel 5.1.5). Die Lernenden können anhand einiger Aufgaben selbstständig überprüfen, wie gut sie die Lernumgebung bereits beherrschen. Im automatisch generierten Feedback kann eine gezielte Empfehlung abgegeben werden, welche Bereiche noch zu vertiefen sind, wenn einzelne Aufgaben falsch gelöst wurden. Da der Test im LMS immer verfügbar ist, kann später durch erneutes Lösen von einzelnen Aufgaben überprüft werden, ob die Inhalte nun verstanden wurden.

Nachschlagen und Repetieren der Lerninhalte

Die im LMS erstellten Inhalte bleiben für die Lernenden auch nach Abschluss der Lernumgebung verfügbar. So können sie jederzeit wieder auf Musterlösungen, Weblinks und Diskussionen in Foren zurückgreifen und so ihr Wissen zum Satz des Pythagoras auffrischen.

Die Lehrperson kann dies noch fördern, indem sie in folgenden Lernumgebungen, in denen der Satz des Pythagoras zum Lösen von Aufgaben benötigt wird, mittels Hyperlink auf die entsprechenden Grundlagen verweist. In diesem Zusammenhang kann sie auch empfehlen, einzelne Aufgaben nochmals zu lösen, und diese auch direkt verlinken, um den Lernenden das Suchen zu erleichtern.

Die Eignung des LMS als Nachschlagewerk ist jedoch begrenzt. Der Zugriff auf die Inhalte im LMS ist für die Lernenden auf die Dauer ihrer Ausbildung auf der Sekundarstufe 1 beschränkt. Alle wichtigen Informationen und Erkenntnisse, auf welche sie auch später noch zugreifen wollen, sind daher besser im E-Portfolio aufgehoben, auf welches in Kapitel 6.4 genauer eingegangen wird.

6.3 Persönliche Lernumgebung der Lernenden

6.3.1 Didaktische Grundüberlegungen

Die Strategien, die Lernende anwenden, um sich neues Wissen anzueignen, unterscheiden sich stark. Daher ist es wichtig, dass ihnen diesbezüglich Freiheiten gewährt werden. Die Lernenden sollen innerhalb der bestehenden Rahmenbedingungen selber bestimmen können, wie sie am Besten vorgehen und welche Werkzeuge sie einsetzen, um die vorgegebenen Aufgaben zu lösen und die Lernziele zu erreichen.

Auf ihren individuelle Wege ist es für alle Lernenden wichtig, über das eigene Lernen nachzudenken. Reines Fachwissen ist zwar wichtig, rückt aber, wie in Kapitel 3.1.3 diskutiert, immer mehr in den Hintergrund. Gefordert werden vielmehr allgemeine Kompetenzen. Im Zentrum steht dabei die Befähigung der Menschen zu einem lebenslangen Lernen. Als eine der wichtigsten Grundlagen für das "Lifelong Learning" gilt die Kompetenz, sich selber Wissen anzueignen. So fordert beispielsweise ein Bericht der Europäischen Union "(...), dass Menschen bereits im Vorschulalter „lernen zu lernen“." (Europäische Kommission 2001:24) Das Wissen über das eigene Wissen wird Metakognition genannt und umfasst in Anlehnung an die Klassifikationsdiskussion von Hasselhorn (1992:37ff) drei Aspekte der Steuerung und Reflexion des eigenen Lernens:

- Wissen über die eigenen kognitiven Funktionen
  Wissen, wo beim eigenen Lernen die Stärken und Schwächen sind, wie die eigene Lernbereitschaft erhöht werden kann und welche Inhalte mit welcher Lernstrategie am Erfolg versprechendsten bearbeitet werden.
- Steuerung des eigenen Denkens und Lernens
  Planung, Überwachung und Regulierung der eigenen Lernhandlungen. Dazu gehört beispielsweise die Zeitplanung, die Strukturierung, die Überprüfung, das Erkennen von Schwierigkeiten und das Anpassen der Vorgehensweise.
- Empfindungen zum Lernprozess
  Gefühle, die während des Lernprozesses auftauchen und Hinweise zur weiteren Verarbeitung geben.

Die Lernenden machen sich zwar während ihres Lehrprozesses automatisch Gedanken zu diesen drei Aspekten, wichtig ist jedoch, dass sie ihr eigenes Lernen ganz bewusst reflektieren und daraus auch Schlüsse für ihr zukünftiges Lernen ziehen. Dazu müssen die Lernenden ihre singulären Konzepte explizit machen, wie es eine der didaktischen Entwicklungsaufgaben aus Kapitel 4.6 will. Dies soll innerhalb einer Lernumgebung immer wieder geschehen und schriftlich in einem Lernjournal festgehalten werden.

Als weiteren positiven Effekt führt die Lernreflexion dazu, dass die Lehrperson den Lernprozess besser unterstützen kann. Je leichter es den Lernenden fällt, ihre bevorzugten Lernstrategien und hemmenden Lernschwierigkeiten zu formulieren, desto besser kann eine Lehrkraft das Lernen verstehen und die Lernenden individuell fördern (vgl. Pellegrino, Chudowsky, & Glaser 2001:78f).

Die Förderung der Lernenden im Bereich der Metakognition hilft zudem, dass die Heterogenität in diesem Bereich nicht noch grösser wird. Lernende, die bereits über metakognitives Wissen verfügen, sind oft in der Lage, dieses durch Beobachtung von Hinweisen und Vorbildern im Unterricht weiter zu vertiefen, währenddem sich Lernende ohne metakognitives Vorwissen weiterhin auf die Aneignung von Fachwissen beschränken (vgl. Guldimann 2010:112). Indem die Lernreflexion in der Schule institutionalisiert und fester Bestand der Lernumgebung wird, können alle Lernenden in diesem Bereich gezielt gefördert werden.

6.3.2 Werkzeug: Weblog in einem E-Portfolio

Mit zunehmender Verbreitung von Neuen Medien zur Unterstützung des Lernens gewinnt mit der sogenannt Persönlichen Lernumgebung (PLE) ein neues Konzept immer mehr an Bedeutung. Reinmann definiert diesen sehr weiten Begriff folgendermassen:

> Eine Personal Learning Environment (PLE) ist konzeptionell nichts anderes als die persönliche Wissens- und Lernumgebung (...). Technisch läuft eine PLE auf (Web-)Applikationen hinaus, die für eine individuelle und dezentrale Zusammenstellung vieler verschiedener (Web 2.0)Werkzeuge (...) offen ist und dem Lernenden im Idealfall lebenslang (...) zur Verfügung steht. (Reinmann 2008b:55)

Wie jedoch in den didaktischen Grundüberlegungen dargelegt, soll den Lernenden bei der Gestaltung ihrer persönlichen Lernumgebung möglichst viel Freiraum gewährt werden. Daher sollen sie die Werkzeuge, die sie für ihr Lernen verwenden, selber wählen und ihren individuellen Bedürfnissen anpassen können. Dabei können sowohl Neue Medien als auch herkömmliche Werkzeuge zum Einsatz kommen.

Vorgegeben ist jedoch, dass alle Lernenden ihre Auseinandersetzung mit dem Satz des Pythagoras in einem E-Portfolio festhalten müssen. Für das Führen eines solchen Lernjournals würde zwar auch ein einfaches Webdokument genügen, doch da dieses ein wichtiger Bestandteil des Dialogs mit den Mitlernenden und der Lehrperson ist (siehe Kapitel 6.4), wird ein Weblog in einem E-Portfolio dafür verwendet.

Die folgenden Ausführungen orientieren sich dabei am Open-Source-E-Portfolio Mahara[4]. Es könnte aber auch ein anderes E-Portfolio mit ähnlicher Funktionalität zum Einsatz kommen.

[4] Detaillierte Informationen zum E-Portfolio Mahara sind auf der Webseite www.mahara.org zu finden.

Definition

Ein Weblog oder kurz Blog ist eine Webseite, welche Einträge enthält, die chronologisch in absteigender Reihenfolge aufgelistet sind (vgl. Bausch, Haughey, & Hourihan 2002:7). Technisch gesehen handelt es sich dabei um ein einfaches Content Management System (vgl. Arnold u. a. 2011:175). Der Begriff Weblog wurde zusammengesetzt aus den Worten "Web" und "Log", wobei das Zweite die Kurzform für ein Logbuch ist. Als solches soll es in der Lernumgebung zum Satz des Pythagoras für die Lernreflexion eingesetzt werden.

> "Dabei liegt es aufgrund des anti-chronologischen Aufbaus besonders nahe, den Blog als Reflexionsinstrument zu nutzen. Zum einen können die Inhalte selbst reflektiert werden, indem der Lernende das neu Erlernte mit bereits vorhandenem Wissen abgleicht und damit Widersprüche und Gemeinsamkeiten erkennt. Er kann damit zugleich seine Wissenslücken aufdecken. Dieser Prozess wird durch die Notwendigkeit, das Erlernte schriftlich zu fassen, verstärkt." (Brahm 2007:76)

Auf die öffentliche Zugänglichkeit im Internet als ein weiteres Merkmal der meisten Weblogs soll hier vorerst verzichtet werden. Der Lernende als Autor hat Zugang zum Weblog und kann auch bestimmen, wer diesen lesen kann. Auf diese Funktionalität wird in Kapitel 6.4, welches sich mit dem Dialog befasst, genauer eingegangen.

Potenzial des Weblogs als neues Medium

Mit einem Weblog als Werkzeug für das Führen eines Lernjournals kann wiederum vom Potenzial der Neuen Medien profitiert werden:

- Multimedialität: Auch für das Führen des Lernjournals haben die vielfältigen Codierungsmöglichkeiten der Neuen Medien einen Vorteil. Zur Dokumentation des Lernprozesses können die Lernenden aus verschiedensten Möglichkeiten auswählen und diese auch kombinieren. Neben den häufig verwendeten Texten und Skizzen bieten Smartphones und Tablets die Möglichkeit, relativ einfach Fotos, Audiodateien oder Videos aufzunehmen, um damit den Lernprozess zu dokumentieren.
- Hypertext: Mit der Hilfe von Hyperlinks kann direkt aus dem Lernjournal auf externe Quellen Bezug genommen werden. Dadurch, dass jeder einzelne Blogeintrag automatisch mit einer eindeutigen Internetadresse versehen wird, einem sogenannten Permalink, kann auch sehr einfach auf frühere Einträge verwiesen werden (vgl. Baumgartner 2005:36). Diese Möglichkeit mit Hilfe von Hyperlinks aus einem Fliesstext heraus Bezüge zu früher beschriebenen Gedanken und externer Webseiten herzustellen, erleichtert den Lernenden die Darstellung ihres Denkens, welches meist nicht linear ist.

- Verfügbarkeit: Lernjournaleinträge können überall dort gemacht werden, wo eine Internetverbindung vorhanden ist und ein entsprechendes Eingabegerät zur Verfügung steht.

Auf neue Interaktionsmöglichkeiten, die Weblogs und E-Portfolios zudem auch noch bieten, soll erst später eingegangen werden, da sie hier noch nicht von Bedeutung sind.

6.3.3 Einsatzbereiche in der Lernumgebung zum Satz des Pythagoras

Darstellung des Lernweges und Reflexion

Durch die Verwendung eines Lernjournals in elektronischer Form stehen den Lernenden ganz neue Möglichkeiten zur Dokumentation ihres Lernweges zur Verfügung. Im Gegensatz zum Lernjournal auf Papier hat der Weblog den Vorteil, dass die Einträge multimedialer gestaltet werden können. Ein Einbinden von Bildern, Videos, Tondokumenten und Animationen zur besseren Illustration des Textes ist ohne grosses technisches Vorwissen problemlos möglich. Wenn es darum geht, ein praktisches Handeln zu beschreiben, ist dies sehr hilfreich. So kann beispielsweise der Versuch mit den Quadraten, die ein rechtwinkliges Dreieck bilden sollen, mit Fotos oder einem kurzen Film dokumentiert werden. Dabei werden die Lernenden aber nicht gezwungen, alles am Computer machen zu müssen. Skizzen, die ein wichtiger Bestandteil der Auseinandersetzung mit dem Satz des Pythagoras sind, können oft einfacher auf Papier erstellt und anschliessend mit Hilfe eines Fotos ins Lerntagebuch integriert werden. Die Entwicklung einer geometrischen Figur über mehrere Schritte, was beispielsweise die Grundlage mehrerer Beweise ist, kann so mit mehreren Fotos derselben Skizze dokumentiert werden. Zur besseren Erklärung von Überlegungen können in Fotos auch einzelne Ausschnitte vergrössert dargestellt werden (siehe untenstehendes Beispiel). Für Lernende, die gerne mit dem Computer arbeiten, lässt das elektronische Lernjournal die Möglichkeit offen, Grafiken in einer entsprechenden Software zu erstellen und sogar noch zu animieren. Dadurch, dass die Lernenden bereits während des Lernprozesses überlegen, wie sie diesen anschliessend dokumentieren können, führen sie diesen viel bewusster durch.

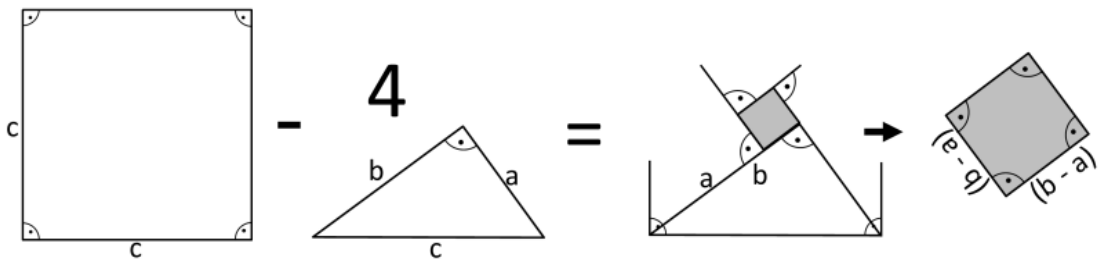
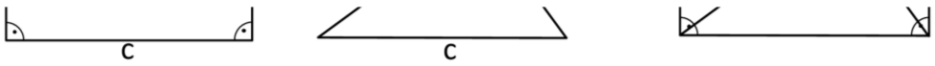


Abbildung 24: Beispiel der Dokumentation mit Hilfe von Ausschnitten aus Skizzen

Ein weiterer grosser Vorteil des elektronischen Lernjournals ist die Möglichkeit, Hypertext zu verwenden. Die Verlinkung verschiedener Einträge bietet für die Lernenden einen einfachen Weg, um auf frühere Überlegungen oder auf Quellen aus dem Internet Bezug zu nehmen. Da bei der Auseinandersetzung mit neuen Lerninhalten ständig auf bisheriges Wissen Bezug genommen wird, ermöglichen Hyperlinks, diesen Prozess besser darzustellen und für aussenstehende Personen übersichtlicher zu gestalten. Für das oben dargestellte Beispiel könnte dies etwa folgendermassen aussehen:



Nachdem ich nochmals nachgeschaut hatte wie die Fläche eines rechtwinkligen Dreiecks berechnet wird ($A = a \cdot b : 2$), ergab sich mit Hilfe der obenstehenden Skizze die folgende Formel:
$c^2 - (4 \cdot (a \cdot b : 2)) = (b - a)^2$
Währenddem ich den linken Term problemlos vereinfachen konnte, wusste ich nicht wie mit dem rechten Term umzugehen. Durch den Hinweis in der Aufgabenstellung, stiess ich aber auf eine gute Erklärung dazu, wie ein Binom zu lösen ist. Anschliessend konnte ich mit dem Lösen der Gleichung starten.

Abbildung 25: Beispiel zur Dokumentation des Lernprozesses mit Hypertext

Planung

Wichtig bei der Reflexion des Lernprozesses ist es, dass es nicht dabei bleibt, sondern diese auch gleich benutzt wird, um das weitere Vorgehen zu planen. Mit Hilfe von Hypertext kann auch hier das Potenzial von Neuen Medien genutzt werden. Die in der Planung vorgesehenen Inhalte für den weiteren Weg in Richtung der Lernziele können direkt verlinkt werden. Diese Hyperlinks können sowohl zu Aufgaben aus dem LMS als auch zu Inhalten im Internet führen. Der Weblog wird so für die Lernenden zu einer wichtigen Schaltzentrale für ihr Lernen, auf welche sie von überall her Zugriff haben. Für den Wiedereinstieg in die Lernumgebung nach einem Unterbruch reicht ein Blick ins Lernjournal, um zu wissen, welches die letzten Arbeitsschritte waren und welche nun anstehen. Mit dem Hyperlink kann anschliessend direkt zu den nächsten Aufgaben und den entsprechenden Materialien gelangt werden.

Festhalten von Erkenntnissen

Um später wieder darauf zurückgreifen zu können, halten die Lernenden die wichtigsten Erkenntnisse aus der Auseinandersetzung mit dem Lerngegenstand fest. Dafür ist in der Lernumgebung zum Satz des Pythagoras die letzte Phase vorgesehen. Dadurch, dass Neue Medien bereits für die Dokumentation des Lernprozesses verwendet wurden, müssen die Inhalte nicht neu erstellt werden, sondern es kann auf bereits Vorhandenes zurückgegriffen werden. Skizzen und Bilder können wiederverwendet werden und mittels Hyperlinks kann aus der Zusammenfassung auf die ausführliche Auseinandersetzung verwiesen werden.

Mit Hypertext kann so das Wissensnetz, welches sich im Hirn der Lernenden im Laufe der Zeit aufbaut, relativ gut abgebildet werden, was ihnen hilft, dieses weiter zu festigen. Wenn dieses Wissensnetz kontinuierlich ergänzt wird, entsteht eine Wissensbasis, auf welche die Lernenden auch in weiterführenden Schulen noch zurückgreifen können. Für diese Zwecke gäbe es im Bereich der Neuen Medien mit dem Wiki sicher besser geeignete Instrumente. Um die Lernumgebung möglichst einfach zu halten, wird jedoch bewusst darauf verzichtet.

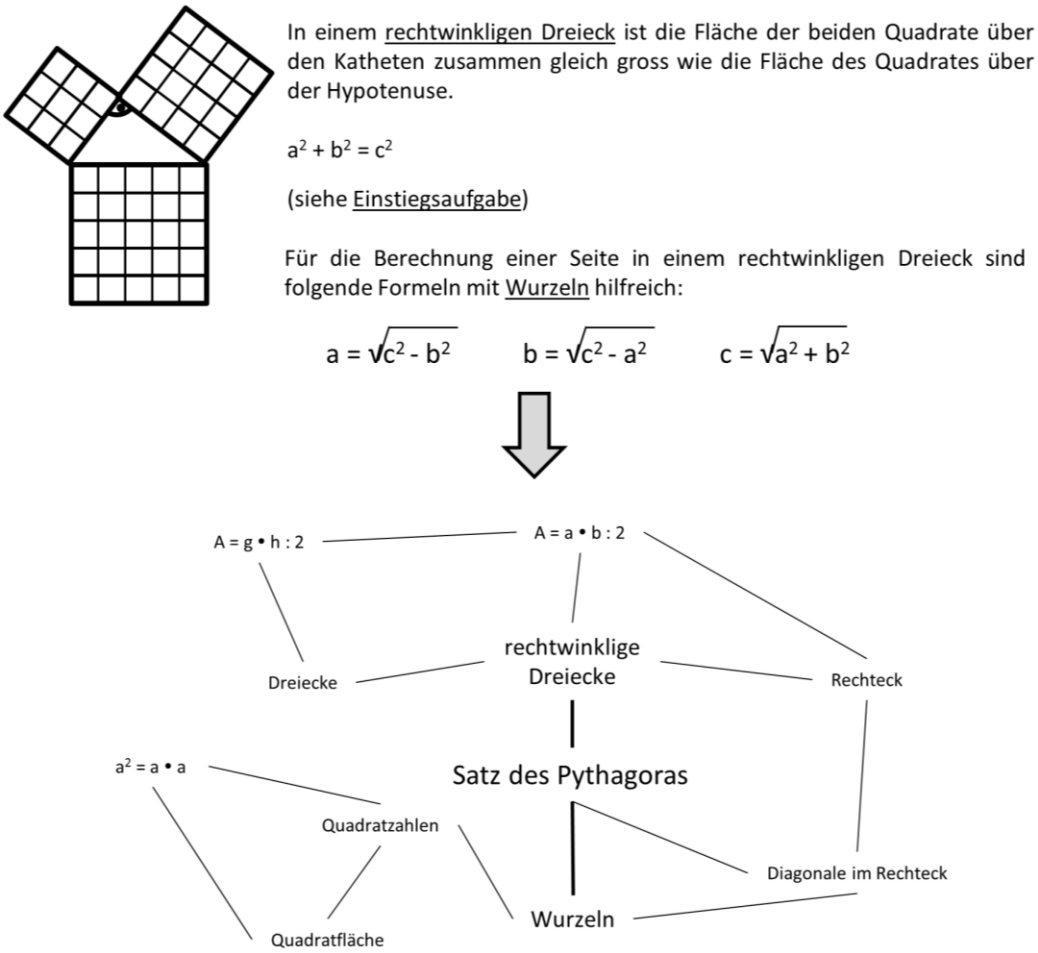


Abbildung 26: Beispiel für Ausschnitt aus Zusammenfassung und Wissensnetz

6.4 Dialog

6.4.1 Didaktische Grundüberlegungen

Wie bereits mehrfach erwähnt, ist es für einen konstruktiven Umgang mit Heterogenität wichtig, dass diese nicht ignoriert, sondern ganz konkret thematisiert wird. Dazu ist ein aktiver Dialog aller am Lernprozess beteiligten Personen nötig, wie es auch eine der in Kapitel 4.6 formulierten didaktischen Entwicklungsaufgaben für die Lernumgebung will. Die Organisation dieses Dialogs in der Lernumgebung zum Satz des Pythagoras soll sich dabei am Konzept des dialogischen Lernens von Ruf und Gallin (2011a, 2011b) orientieren.

Dialogisches Lernen (Ruf / Gallin)

Mit dem Unterrichtskonzept des dialogischen Lernens reagieren Urs Ruf und Peter Gallin auf ihre Kritik an der Schule: Diese konzentriere sich zu stark auf das Angebot und vernachlässige dabei die Nutzung (vgl. Ruf & Gallin 2011a:9ff). "In einer einfachen Formel könnte man die Wirksamkeit (W) eines Bildungssystems insgesamt als eine Funktion von Angebotsqualität (AQ) und Nutzungsqualität (NQ) betrachten. W = f(AQ, NQ)." (Fend 1995:187) Es soll also nicht mehr bloss aus der Sicht der Lehrperson gedacht werden und die Leistungen der Lernenden mit dem Ideal der Lehrperson verglichen werden. Denn dies führt dazu, dass die Defizite ins Zentrum gestellt werden (monologischer Unterricht). Die Lernenden sollen als echte Partner in einem gemeinsamen Lernprozess ernst genommen, der Fokus auf die Gemeinsamkeiten gerichtet und von diesen ausgehend im Sinne eines Dialogs weitergearbeitet werden (vgl. Ruf 2008a:16ff).

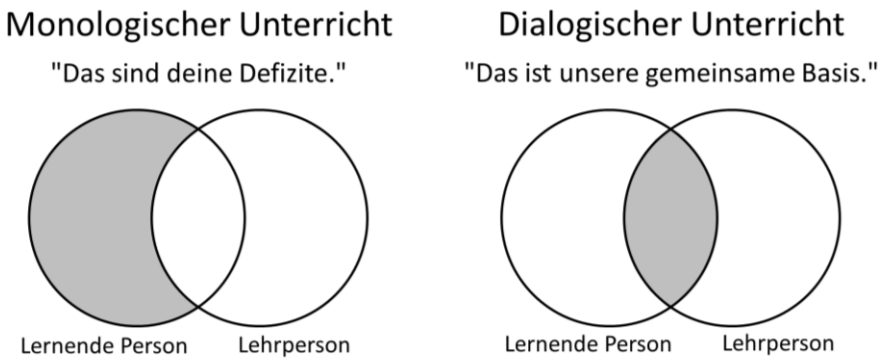


Abbildung 27: Monologischer - Dialogischer Unterricht (vgl. Ruf 2008a:17+18)

Von der gemeinsamen Basis ausgehend kann anschliessend die Ungleichheit thematisiert und so konstruktiv mit dieser umgegangen werden.

> "Das Dialogische Lernkonzept kümmert sich gleichermassen um die Angebotsqualität und die Nutzungsqualität. Es konzipiert ein Angebot, das für alle gleich ist, regt und leitet aber eine Nutzung an, welche auf die Ungleichheit der lernenden Schülerinnen und Schüler Rücksicht nimmt. Dabei wird Gleiches gleich und Ungleiches ungleich behandelt. Zwar werden alle Schülerinnen und Schüler

> auf das gleiche, für alle verbindliche Fachwissen verpflichtet, zugleich schafft der Unterricht aber günstige Bedingungen dafür, dass jeder Schüler dieses Wissen auf eine für seine Entwicklung möglichst günstige Weise nutzen kann." (Ruf 2008b:243)

Das Dialogische Lernen sieht den Lernprozess vereinfacht gesagt als Wechselspiel zwischen den drei Bereichen "ich", "du" und "wir":

- Ich: Singuläre Standortbestimmung ("Ich sehe und mache das so!")
  Die Lernenden setzen sich als einzelne Individuen mit der Lernherausforderung auseinander und erschliessen dies aus ihrer Sicht.
- Du: Divergierender Austausch ("Wie siehst und machst du es?")
  Im Austausch mit der Lehrperson oder mit Mitlernenden wird die Lernherausforderung aus der Perspektive dieser betrachtet. Dabei geht es nicht nur um die Inhalte, sondern auch um die Wege dorthin.
- Wir: Regularisierende Einsichten ("Das sehen wir alle so. Das machen wir ab."
  Gemeinsam werden Begriffe gebildet, Qualitätskriterien formuliert und Verfahren festgelegt. Damit soll Bilanz gezogen werden und gemeinsames Wissen für den weiteren Dialog gefestigt werden.

(vgl. Ruf 2008b:245; Ruf & Gallin 2011a:228ff)

Obwohl das dialogische Unterrichtskonzept von Ruf und Gallin auch ohne Neue Medien realisierbar ist, bieten Werkzeuge, die dem Web 2.0 angerechnet werden, Potenzial, um die Umsetzung zu vereinfachen. Für die singuläre Standortbestimmung kommt, wie im vorherigen Kapitel beschrieben, ein Weblog zum Einsatz. In diesem Kapitel geht es aus der Sicht des dialogischen Lernens nun um die Organisation des divergierenden Austauschs mit Hilfe von Neuen Medien.

6.4.2 Werkzeug: E-Portfolio

Wie in Kapitel 2.1.3 beschrieben, bringen Neue Medien eine Vielzahl von neuen synchronen und asynchronen Interaktionsmöglichkeiten und entsprechenden Werkzeugen. Für die Organisation des Dialogs in der Lernumgebung zum Satz des Pythagoras kommt ein E-Portfolio zum Einsatz. So kann das Lernjournal als Reflexionsinstrument, wie im vorherigen Kapitel beschrieben, in dieses integriert werden, ohne dass zusätzliches Werkzeug nötig ist.

Definition

Portfolios kamen bereits vor dem Aufkommen der Neuen Medien in der Schule zum Einsatz. Laut Paulson, Paulson und Meyer zeichnet sich ein Portfolio folgendermassen aus:

> "A portfolio is a purposeful collection of student work that exhibits the student's efforts, progress, and achievements in one or more areas. The collection must include student participation in

> selection contents, the criteria for selection, the criteria for judging merit, and evidence of student self reflection." (L. F. Paulson, P. R. Paulson, & C. A. Meyer 1991:60)

Ein Portfolio ist einfach gesagt ein Ort, an welchem die Lernenden Produkte sammeln, die im Zusammenhang mit ihrem Lernprozess entstanden sind. In einem E-Portfolio ist dieser Ort eine spezifische Form eines Content Management Systems (CMS) und bei den Objekten handelt es sich um digitale Artefakte. Zusätzlich besteht hier die Möglichkeit, den nutzenden Personen unterschiedliche Schreib- und Leserechte zu gewähren (vgl. Baumgartner 2012:7). Da das E-Portfolio in der Lernumgebung helfen soll, den Dialog zu organisieren, ist diese letzte erwähnte Funktion wichtig. So können die Lernenden selber bestimmen, wer auf die von ihnen erstellten Inhalte Zugriff hat. Dies war auch einer der Hauptgründe, dass ich mich nach dem Studium der Evaluation von Himpsl und Baumgartner (2009) für Mahara als E-Portfolio-Management-Software entschieden habe.

Da sich die Arbeit mit Portfolios im pädagogischen Bereich aus der Praxis heraus entwickelt hat, gibt es heute eine grosse Zahl von verschiedenen Arten und Formen (vgl. Häcker 2011:33). Bauer und Baumgartner (2012:55ff) haben mit Hilfe von Mustern einen Vorschlag ausgearbeitet, um Ordnung in diese Vielfalt zu bringen. Sie unterscheiden dabei drei Hauptformen:

- Reflexions-Portfolio
- Entwicklungs-Portfolio
- Präsentations-Portfolio

Beim E-Portfolio, welches in der Lernumgebung zum Satz des Pythagoras zum Einsatz kommt, handelt es sich grösstenteils um ein Reflexions-Portfolio.

> "Die Lernenden erstellen ein Reflexionsportfolio, in dem sie ihre Arbeit reflektieren und rückmelden und die Schritte zur Erreichung ihres geplanten Zieles dokumentieren. Anhand dieser Aufzeichnungen identifizieren die Lernenden neue, zukünftige Lernziele und die Lehrenden beurteilen auf deren Grundlage die Lösungen zu gestellten Lernaufgaben."(Bauer & Baumgartner 2012:63)

Dabei ist aber nicht auszuschliessen, dass Inhalte daraus später auch als Entwicklungs- und Präsentations-Portfolio genutzt werden.

Gefahren bei der Verwendung des E-Portfolios für die Beurteilung

Wie in der Skizze der Lernumgebung zum Satz des Pythagoras beschrieben, dient das E-Portfolio auch zur Prozessbewertung, welche anschliessend eine der beiden Grundlagen für die Notengebung ist. Dabei ist jedoch wichtig, dass die Reflexions-, Planungs- und Austauschfunktionen des Portfolios im Zentrum stehen. Sobald die Beurteilungsfunktion und die damit verbundenen Noten für die Lernenden zu stark in den Vordergrund rücken, büsst das Portfolio an Authentizität ein und

kann die anderen Funktionen nicht mehr wunschgemäss erfüllen (vgl. Reinmann & Sippel 2010:192). Um ein Täuschungsverhalten der Lernenden möglichst zu vermeiden, darf es keinen festgelegten Beurteilungsmassstab und keine vergleichende Bewertung geben (vgl. Rihm 2011:57). Das Feedback der Lehrperson sollte sich daher auf die individuellen Fortschritte der Lernenden konzentrieren.

Potenzial des E-Portfolios als neues Medium

Die Potenziale bezüglich Multimedialität und Hypertext wurden bereits in Bezug auf den Weblog als Bestandteil des E-Portfolios erwähnt. Für die Organisation des Dialogs unter den am Lernprozess beteiligten Personen bietet das E-Portfolio als Neues Medium aber zusätzliche Potenziale:

- Neue Interaktionsmöglichkeiten: In einem E-Portfolio können die Lernenden selbstständig und ganz gezielt auswählen, wer wann welche Inhalte lesen darf. Die Lesenden haben dann die Möglichkeit, Kommentare zu den einzelnen Lernjournaleinträgen abzugeben. So können Diskussionen unter den verschiedenen Lernpartnern direkt im E-Portfolio abgehalten werden und sind dort auch schriftlich festgehalten.
- Verfügbarkeit: Neben den bereits beim Weblog beschriebenen flexiblen zeitlichen und örtlichen Möglichkeiten des Zugriffs über das Internet, wird hier zusätzlich eine weitere Art der Verfügbarkeit wichtig. Es gibt nicht nur ein Exemplar des Lernjournals, sondern es können mehrere Personen gleichzeitig auf den Weblog zugreifen, lesen, schreiben und Kommentare abgeben. So müssen keine Dokumente mehr physisch ausgetauscht werden, was die Organisation der Lernumgebung erleichtert.

Sofern eine zuverlässige E-Portfolio-Software verwendet wird, und regelmässig ein Back-up der Inhalte gemacht wird, kann die Gefahr vermindert werden, dass Lernende Teile des Portfolios verlieren oder eine Zeit lang nicht mehr finden.

6.4.3 Einsatzbereiche in der Lernumgebung zum Satz des Pythagoras

Dialog mit den Lernpartnern

Das Lernjournal, in welchem der Lernprozess dokumentiert, reflektiert und geplant wird, bildet die Basis für den Dialog mit den am Lernprozess beteiligten Personen. In ihm haben die Lernenden ihre singuläre Sicht auf den Satz des Pythagoras festgehalten. In einem nächsten Schritt geht es nun darum, die Perspektive zu wechseln. Im Konzept des dialogischen Lernens ist dies der divergierende Austausch ("Wie siehst und machst du es?"). Durch das Lesen im Lernjournal der von der Lehrperson zugewiesenen Lernpartnerin oder Lernpartner bekommen die Lernenden einen Einblick in den Lernprozess einer anderen Person. Dieser Einblick gibt einerseits direkt neue Inputs für das eigene Lernen, bildet aber andererseits auch eine Basis, um mit-

einander ins Gespräch zu kommen. Durch die entsprechenden Einstellungen im E-Portfolio bekommen die Lernenden sofort eine Nachricht, sobald ein Feedback zu einem Teil ihres Portfolios eingegangen ist. Die Erkenntnisse daraus können dadurch sehr zeitnah in die aktuelle Auseinandersetzung mit dem Lerngegenstand einbezogen werden. Was der Einblick in einen fremden Lernprozess und das Feedback auf den eigenen ausgelöst hat, und wie sich dies auf das eigene Lernen ausgewirkt hat, sind danach Bestandteile des nächsten Lernjournaleintrages. So entsteht über den ganzen Lernprozess hinweg ein fortlaufender Dialog zwischen den Lernpartnern. Mit Hyperlinks kann dabei gut auf frühere Einträge und Feedbacks Bezug genommen werden.

Dadurch, dass auch die Lehrperson eine Lernpartnerschaft mit beiden Lernpartnern eingeht, wird dieser Dialog sogar noch erweitert. Zu diesem Zweck ist es sinnvoll, dass alle Feedbacks im E-Portfolio so abgegeben werden, dass sie auch für andere sichtbar sind. Die Lehrperson kann so bereits vorhandene Rückmeldungen in die eigene integrieren und diese ergänzen. Dabei nimmt sie nicht nur Bezug auf den Fortschritt bezüglich der Lernziele und die individuelle Organisation des Lernens, sondern auch auf den dialogischen Lernprozess der Lernpartner. Mit Hilfe des Dialogs im E-Portfolio werden also nicht nur die Sach- und die Methodenkompetenzen gefördert, die grösstenteils fachbezogen sind, sondern auch die überfachlichen Selbst- und Sozialkompetenzen.

Autografensammlung

In der Autografensammlung fasst die Lehrperson, wie in Kapitel 5.2.3 beschrieben, aus ihrer Sicht gelungene Passagen aus Lernjournalen zusammen und stellt sie allen Lernenden zur Verfügung (vgl. Ruf 2008b:22f). So bekommen die Lernenden nicht nur einen Einblick in den Lernprozess der Lernpartnerin oder des Lernpartners, sondern können von der Vielfalt der Lernwege der ganzen Klasse profitieren. Durch die Verwendung von Portfolios in elektronischer Form ist es für die Lehrperson einfach, Textpassagen, Fotos oder Bildschirminhalte mittels Screenshot ins LMS zu übernehmen und dort übersichtlich zu präsentieren. Dies geschieht natürlich immer nur in Rücksprache mit den Autoren und unter Angabe der Quelle. Falls Lernende ihr E-Portfolio für die ganze Klasse freigegeben haben und nicht nur für die direkten Lernpartner, kann der Ausschnitt sogar verlinkt werden.

Einbezug der Eltern

Die Wirksamkeit der Schule hängt zu einem grossen Teil auch von der Zusammenarbeit mit den Eltern ab und ist deshalb im Volksschulgesetz verankert. So steht beispielsweise im Volksschulgesetz des Kantons St. Gallen in Artikel 92: "Schule und Eltern arbeiten in Erziehung und Ausbildung zusammen. Die Schule informiert in geeigneter Weise über wichtige Schulangelegen-

heiten, über besondere Schulanlässe und über Fragen, die für die Eltern von Interesse sind." (Kanton St. Gallen 1983) Das E-Portfolio bietet eine weitere relativ niederschwellige Möglichkeit für den Austausch zwischen Schule und Eltern. Mit Hilfe von Weblinks, die einen beschränkten Zugriff auf das E-Portfolio erlauben, können Lernende ihren Eltern Einblick in ihren Lernprozess gewähren. Von Seiten der Lehrperson könnte dies durch eine E-Portfolio-Seite mit allgemeinen Informationen für die Eltern ergänzt werden.

Basis für zukünftige Verwendung

Im Gegensatz zum LMS wird das E-Portfolio so eingerichtet, dass die Lernenden auch noch nach Abschluss der Sekundarstufe 1 Zugriff auf dieses haben. So können dessen Inhalte die Basis für spätere Verwendungen sein.

Naheliegend wäre es, das E-Portfolio für eine Lehrstellenbewerbung zu benutzen. Dazu besteht für die Lernenden die Möglichkeit, eine auf die Anforderungen der Lehrstelle ausgerichtete Ansicht zu erstellen. Neben den nötigen Unterlagen, wie Lebenslauf und Zeugniskopien, könnten dann in einem solchen Präsentationsportfolio die gelungensten Arbeiten aus der Schulzeit gezeigt werden. So bekäme das anvisierte Zielpublikum einen Eindruck vom persönlichen Wissensstand und den während der Ausbildung erworbenen Fähigkeiten und Kompetenzen. (vgl. Bauer & Baumgartner 2012:79) Dadurch, dass das Bewerbungsportfolio elektronisch vorhanden ist, kann dieses sehr einfach, für spätere Bewerbungen angepasst und jeweils nur für den potenziellen Arbeitgeber über einen Weblink freigegeben werden.

Falls ein E-Portfolio wieder Bestand einer späteren Ausbildung ist, kann bei Bedarf jenes der Sekundarstufe 1 exportiert und in das neue integriert werden. Mit Hilfe von Hypertext ist es aber auch möglich, nur einzelne Elemente später in einem E-Portfolio, einer Webseite oder einem Webdokument zu integrieren. So könnte beispielsweise das mit den Zusammenfassungen der Lernumgebungen begonnene Wissensnetz weiter ausgebaut werden.

7 Zusammenfassung und Ausblick

Der Umgang mit der Heterogenität der Lernenden in Schulklassen der Volksschule und der Einsatz von Neuen Medien im Unterricht sind zwei derzeit viel diskutierte Themen der Didaktik. Eine gezielte Verknüpfung der beiden Themen ist, wie diese Arbeit zeigt, möglich und in vieler Hinsicht auch sinnvoll. Die didaktische Konzeption dazu und ein Umsetzungsvorschlag für den Lerngegenstand "Satz des Pythagoras" wurden in dieser Master Thesis ausgearbeitet. Diese müssten nun noch in empirischen Studien überprüft, ausgewertet und gegebenenfalls angepasst werden.

Von vielen Lehrpersonen wird die Heterogenität der Lernenden als Problem betrachtet, welches ihre Arbeit, das Vermitteln von Wissen, erschwert. Dementsprechend wird versucht, die Verschiedenheit entweder zu ignorieren oder durch Einteilung der Lernenden in Leistungsgruppen so gut als möglich zu verbergen. Diese passive Reaktion führt oft dazu, dass sich die Problematik noch verschärft und das durchschnittliche Leistungsniveau sinkt. Gefragt ist ein kreativer Umgang mit Lernheterogenität, welcher diese nicht nur akzeptiert, sondern als Potenzial betrachtet und nutzt. Dies erfordert neben methodischen Anpassungen vor allem auch ein Umdenken bezüglich des Lehr-Lern-Verhältnisses. Nicht mehr der von der Lehrperson vorgegebene Lernweg steht im Zentrum, sondern die individuellen Lernwege der einzelnen Lernenden.

Eine Lernumgebung, die konstruktiv mit Lernheterogenität umgeht, berücksichtigt die Individualität der Lernenden, fördert dabei die selbstaktive Auseinandersetzung mit dem Lerngegenstand und führt dadurch zu beweglichem Wissen. Um zudem das Potenzial der Heterogenität gewinnbringend für den Unterricht nutzen zu können, werden die singulären Konzepte der Lernenden explizit gemacht und der Austausch unter den am Lernprozess beteiligten Personen wird gefördert.

Wie eine solche Lernumgebung konkret aussehen könnte, wurde am Beispiel des Satzes des Pythagoras detailliert aufgezeigt. Ausgehend von der Feldvermessung der Ägypter eigenen sich die Lernenden auf individuellen Wegen Wissen zu diesem wichtigen Satz der Geometrie und zum Beweisen von mathematischen Sätzen im Allgemeinen an. Dazu steht ihnen eine von der Lehrperson didaktisch gestaltete Wissensumwelt zur Verfügung. Begleitet und unterstützt werden die Lernenden bei ihrer selbstständigen Auseinandersetzung mit dem Lerngegenstand sowohl von den Mitlernenden als auch von der Lehrperson. Zwischen der lernenden Person, einer Lernpartnerin oder einem Lernpartner und der Lehrperson findet in diesem Zusammenhang ein regelmässiger Austausch statt. Der Einblick in den Lernprozess einer anderen Person und die gegenseitigen Rückmeldungen geben, bedingt durch die Verschiedenheit der beteiligten Personen, neue Inputs für das eigene Lernen. Die individuellen Voraussetzungen der Lernenden

sollen nicht nur Bestandteil der Lernumgebung selber sein, sondern auch bei der Leistungsbewertung berücksichtigt werden. Diese setzt sich sowohl aus der traditionellen Produktbewertung (summativ) als auch der Wegbewertung (formativ) zusammen.

Werkzeuge aus dem Bereich der Neuen Medien bieten zusätzliches Potenzial, den in der beschriebenen Lernumgebung eingeschlagenen Weg zum produktiven Umgang mit Heterogenität zu unterstützen. Im Vordergrund steht dabei die Multimedialität, der nicht lineare Aufbau mit Hilfe von Hypertext, die neuen Interaktionsmöglichkeiten im Zusammenhang mit Web-2.0-Anwendungen und die erweiterte Verfügbarkeit.

Um dieses Potenzial zu nutzen und gleichzeitig den Medieneinsatz für die Lernenden übersichtlich zu gestalten, kommen zwei plattformunabhängige Softwaresysteme zum Einsatz: Einerseits ein Lern-Management-System (LMS) und andererseits ein E-Portfolio. Diese Beschränkung auf zwei Hauptwerkzeuge ermöglicht eine klare Regelung der Verantwortlichkeit. Während die Lehrperson für das LMS zuständig ist, haben die Lernenden die volle Kontrolle über ihr E-Portfolio und können bestimmen, wer welche Zugriffsrechte für dieses hat.

Mit diesen beiden Instrumenten können die drei zentralen didaktischen Ideen, die in der Lernumgebung zum Satz des Pythagoras den produktiven Umgang mit Heterogenität fördern sollen, ideal unterstützt werden.

- **Individuelle Lernwege** können mit didaktischen Problemen und einer dazugehörigen entsprechend aufbereiteten Wissensumwelt in einem **LMS,** gezielt gefördert werden. Durch die Verknüpfung des Lerngegenstandes mit herausfordernden Problemen des Alltags werden die Lernenden motiviert, sich selbstaktiv mit diesem auseinanderzusetzen. Der nicht lineare Aufbau durch den Einbezug von Hypertext und die Multimedialität der Lerninhalte ermöglicht der Lehrperson die Gestaltung einer differenzierten Lernumgebung. Die Lernenden haben auf diese Weise die Möglichkeit, ihre eigenen Lernwege zu gehen, die ihren Voraussetzungen entsprechen. Daneben bietet ein LMS mit Foren, Tests und Datenbanken erweiterte Möglichkeiten zur individuellen Gestaltung des Lernens. Mit Hilfe von Foren können sich die Lernenden gegenseitig unterstützen, Tests ermöglichen selbstständige Lernzielkontrollen und mit Datenbanken können selbst erstellte Inhalte ausgetauscht werden.
- Die für die Aneignung von metamathematischem und metakognitivem Wissen wichtige **Selbstreflexion** wird durch das Führen eines Lernjournals optimal unterstützt. Das schriftliche Explizieren der singulären Konzepte hilft den Lernenden, Erkenntnisse aus ihrem Lernprozess zu gewinnen und das weitere Vorgehen zu planen. Indem die

Lernenden in einem **Weblog als Bestandteil eines E-Portfolios** vom erweiterten Potenzial Neuer Medien profitieren können, eröffnen sich ihnen neue Möglichkeiten zur individuellen Gestaltung der Selbstreflexion. Hypertext ermöglicht, das eigene Denken authentischer abzubilden. Fotos und Videos können durch die Multimedialität problemlos ins Lernjournal integriert werden. Mit Hilfe von mobilen Geräten kann dies zudem direkt während des Lösens von Aufgaben geschehen.

- Im **Dialog** zwischen den am Lernprozess beteiligten Personen kann voneinander gelernt und so von der Heterogenität innerhalb einer Klasse profitiert werden. Der divergierende Austausch zwischen den am Lernprozess beteiligten Personen ermöglicht es, den Lerngegenstand und die Auseinandersetzung mit diesem aus einer anderen Perspektive zu erleben. Das **E-Portfolio** als Ausgangspunkt für diesen wichtigen Dialog bietet dafür erweiterte Möglichkeiten. So können die Lernenden selber bestimmen, wer auf welche Inhalte Zugriff haben darf. Ein weiterer grosser Vorteil ist, dass mehrere Personen gleichzeitig auf die Inhalte zugreifen können, ohne dass physisch etwas ausgetauscht werden muss. Ein E-Portfolio ist zudem ausbaufähig für zukünftige Verwendungen in Bezug auf lebenslanges Lernen. Es kann beispielsweise Teil eines umfassenden Wissensnetzes werden oder für eine Bewerbung neu zusammengestellt werden.

Am Beispiel der Lernumgebung zum Satz des Pythagoras konnte so aufgezeigt werden, wie Neue Medien helfen können, der Lernheterogenität auf der Sekundarstufe 1 Rechnung zu tragen und diese sogar als Potenzial zu nutzen. Die dazugehörigen didaktischen Grundüberlegungen und das Konzept des Medieneinsatzes könnten relativ gut auf andere Themenbereiche übertragen werden oder mit einigen Anpassungen im fachdidaktischen Bereich in weiteren Fächern zum Einsatz kommen.

Bei allem Potenzial, welches die Neuen Medien haben, darf nicht vergessen werden, dass diese auch neue Herausforderungen an alle am Lernprozess beteiligten Personen stellen. Es wäre falsch zu meinen, die Lernumgebung könne, wie in der Arbeit beschrieben, übernommen werden und die positiven Effekte würden sich sogleich zeigen. Nötig ist eine vorsichtige Annäherung in verschiedenen Bereichen. Sowohl die Lernenden als auch die Lehrperson müssen sich an den Umgang mit den neuen Werkzeugen gewöhnen. So wäre es gut denkbar, in einem ersten Schritt nur eines der beiden Softwaresysteme einzuführen und sich auch dort vorerst auf einzelne Funktionen zu beschränken. Später könnte auf dieser Basis aufgebaut und der Medieneinsatz erweitert werden. Die skizzierte Lernumgebung bietet jedoch nicht nur Herausforderungen, die direkt mit den verwendeten Werkzeugen zusammenhängen, sondern verlangt zudem wie bereits erwähnt ein Umdenken bezüglich der Rollenverteilung im Lernprozess. Während die Lehrperson

bereit sein muss, Verantwortung abzugeben, müssen die Lernenden bereit sein, diese zu übernehmen. Dazu gehört auch, dass sie lernen müssen, ihr eigenes Lernen zu reflektieren und den Mitlernenden durch Feedbacks weiterzuhelfen. Dies sind Kompetenzen, die sich viele Lernende von Grund auf neu aneignen müssen und dabei sind sie auf die Unterstützung der Lehrperson angewiesen. Wie mit diesen Herausforderungen umzugehen ist, müsste in weiteren Studien genauer analysiert werden.

Daneben sind noch zwei weitere Hindernisse in Bezug auf die praktische Umsetzung zu beachten. So steht den Lehrpersonen derzeit noch sehr wenig Lehrmaterial zur Verfügung, welches direkt in eine solche Lernumgebung integriert werden könnte. Vieles müsste aus Lehrmitteln in Buchform oder aus dem Internet zusammengesucht und entsprechend aufbereitet werden. Zudem sind noch die wenigsten Schulen hardwaremässig so ausgerüstet, dass alle Lernenden jederzeit die Möglichkeit haben, mit einem Gerät aufs Internet zuzugreifen und dieses begleitend zum Lernprozess zu verwenden.

Diese Herausforderungen sollten die am Unterricht beteiligten Personen jedoch nicht davon abhalten, sich gemeinsam auf den Weg zu machen, Neue Medien zu nutzen, um konstruktiv mit Lernheterogenität umzugehen. Dass das Potenzial vorhanden ist und in einer konkreten Lernumgebung auch genutzt werden kann, hat die theoretische Auseinandersetzung mit der Thematik in dieser Master Thesis gezeigt. In den folgenden Jahren soll das Konzept nun im Schulalltag erprobt, ausgewertet und anhand der gewonnen Erkenntnisse angepasst werden.

Literaturverzeichnis

Aebli, Hans (2011). Zwölf Grundformen des Lehrens: Eine Allgemeine Didaktik auf psychologischer Grundlage. Medien und Inhalte didaktischer Kommunikation, der Lernzyklus (14. Auflage.). Stuttgart: Klett-Cotta.

Affolter, Walter u. a. (2003). Mathbu.ch 8: Lernumgebungen 8. Bern: Klett und Balmer.

Affolter, Walter u. a. (2004). Mathbu.ch 8: Arbeitsheft 8+. Bern: Klett und Balmer.

Anderson, Lorin W., David R. Krathwohl, & Benjamin Samuel Bloom (2001). A taxonomy for learning, teaching, and assessing: a revision of Bloom's taxonomy of educational objectives. New York: Longman.

Arnold, Patricia, Lars Kilian, Anne Thillosen, & Gerhard Zimmer (2011). Handbuch E-Learning: Lehren und Lernen mit digitalen Medien. Bielefeld: Bertelsmann.

Artelt, Cordula, Jürgen Baumert, Nele Julius-McElvany, & Jules Peschar (2003). PISA Learners for Life: Student Approaches to Learning Results from PISA 2000: Results from PISA 2000. (OECD, Hrsg.). Paris: OECD Publishing.

Ausubel, David Paul (1978). Educational psychology: a cognitive view. Holt, Rinehart and Winston.

Bannert, Maria (2007). Metakognition beim Lernen mit Hypermedien: Erfassung, Beschreibung und Vermittlung wirksamer metakognitiver Strategien und Regulationsaktivitäten. Münster: Waxmann.

Baptist, Peter (2001). Aus der Praxis des Modellprogramms: Mathematikunterricht verändern – Verständnis fördern. In J. Baumert & E. Klieme (Hrsg.), TIMSS - Impulse für Schule und Unterricht. Forschungsbefunde, Reforminitiativen, Praxisberichte und Video (67–73). Bonn: BMBF, Bundesministerium für Bildung und Forschung.

Barras, Jean-Luc, & Dominik Petko (2007). Computer und Internet in Schweizer Schulen. Bestandsaufnahme und Entwicklung von 2001 bis 2007. In B. Hotz-Hart (Hrsg.), ICT und Bildung: Hype oder Umbruch? (77–133). Bern: hep verlag.

Bauer, Reinhard, & Peter Baumgartner (2012). Schaufenster des Lernens: Eine Sammlung von Mustern zur Arbeit mit E-Portfolios. Münster: Waxmann.

Baumgartner, Peter (2005). Eine neue Lernkultur entwickeln: Kompetenzbasierte Ausbildung mit Blogs und E-Portfolios. In V. Hornung-Prähauser (Hrsg.), ePortfolio Forum Austria 2005 (33–38). Salzburg. http://www.peter.baumgartner.name/material/article/stufonet.pdf [07.01.2013].

Baumgartner, Peter (2011). Taxonomie von Unterrichtsmethoden: Ein Plädoyer für didaktische Vielfalt. Münster: Waxmann.

Baumgartner, Peter (2012). Eine Taxonomie für E-Portfolios - Teil II des MVWF-Abschlussbericht „E-Portfolio an Hochschule" (Forschungsbericht No. GZ 510.700/0064-VII/10/2006). Krems: Departement für Interaktive Medien und Bildungsgechnologie, Donau Universität Krems. http://www.peter.baumgartner.name/schriften/pdfs/ep-taxonomie-2012.pdf [08.01.2013].

Baumgartner, Peter, Hartmut Häfele, & Kornelia Maier-Häfele (2002). E-Learning Praxishandbuch. Auswahl von Lernplattformen: Marktübersicht - Funktionen - Fachbegriffe. Innsbruck: Studienverlag.

Baumgartner, Peter, Marco Kalz, Hartmut Häfele, & Kornelia Maier-Häfele (2004). Content Management Systeme aus bildungstechnologischer Sicht. Content Management Systeme in e-Education. Auswahl, Potenziale und Einsatzmöglichkeiten (14–66). Innsbruck-Wien: StudienVerlag.

Bausch, Paul, Matthew Haughey, & Meg Hourihan (2002). We Blog: Publishing Online with Weblogs. Indianapolis: Wiley.

Beck, Erwin, & Titus Guldimann (2006). Was trägt die Lehr- Lernforschung zum „guten Unterricht“ bei? In M. Baer, M. Fuchs, K. Reusser, & H. Wyss (Hrsg.), Didaktik auf psychologischer Grundlage: Von Hans Aeblis kognitionspsychologischer Didaktik zur modernen Lehr- und Lernforschung (218–226). Bern: h.e.p.

Beck, Ulrich (1986). Risikogesellschaft. Auf dem Weg in eine andere Moderne. Frankfurt am Main: Suhrkamp.

Beck, Ulrich, & Elisabeth Beck-Gernsheim (1994). Riskante Freiheiten: Individualisierung in modernen Gesellschaften. Frankfurt am Main: Suhrkamp.

Blömeke, S., J. Risse, C. Müller, D. Eichler, & W. Schulz (2006). Analyse der Qualität von Aufgaben aus didaktischer und fachlicher Sicht. Unterrichtswissenschaft, 34(4), 330–357.

Bodenmann, Guy, Meinrad Perrez, Marcel Schär, & Andrea Trepp (2004). Klassische Lerntheorien: Grundlagen und Anwendungen in Erziehung und Psychotherapie. Huber, Bern.

Brahm, Taiga (2007). Blogs - Technische Grundlagen und Einsatzszenarien an Hochschulen. In S. Seufert & D. Euler (Hrsg.), Ne(x)t Generation Learning: Wikis, Blogs, Podcasts & Co. (Bd. 12, 69–89). St. Gallen: Swiss Centre for Innovations in Learning. http://www.alexandria.unisg.ch/EXPORT/DL/Taiga_Brahm/45246.pdf [07.01.2013].

Bransford, John D., Robert D. Sherwood, Ted S. Hasselbring, Charles K. Kinzer, & Susan M. Williams (1990). Anchored Instruction: Why we need it and how technology can help. In D. Nix & R. Spiro (Hrsg.), Cognition, Education, and Multimedia: Exploring Ideas in High Technology (115–141). London: Routledge.

Buholzer, Alois (2010). Lernprozesse förderorientiert diagnostizieren. In A. Buholzer & A. Kummer-Wyss (Hrsg.), Alle gleich - alle unterschiedlich!: Zum Umgang mit Heterogenität in Schule und Unterricht (97–108). Zug: Klett und Balmer.

Buholzer, Alois, Klaus Joller-Graf, Annemarie Kummer-Wyss, & Bruno Zobrist (2012). Kompetenzprofil zum Umgang mit heterogenen Lerngruppen. Münster: LIT.

Buholzer, Alois, & Annemarie Kummer-Wyss (2010). Alle gleich - alle unterschiedlich!: Zum Umgang mit Heterogenität in Schule und Unterricht. Zug: Klett und Balmer.

Bundesamt für Statistik (2008a). Sozioökonomischer und kultureller Hintergrund. http://www.pisa.admin.ch/bfs/pisa/de/index/03/01/02/01.html [03.10.2012].

Bundesamt für Statistik (2008b). Geschlechterdifferenzen. http://www.pisa.admin.ch/bfs/pisa/de/index/03/02/03/03.html [03.10.2012].

Comenius, Johann Amos (1993). Große Didaktik: Die vollständige Kunst, alle Menschen alles zu lehren. Stuttgart: Klett-Cotta.

Czerwanski, Annette, & Claudia Solzbacher (2003). Förderung von Lernkompetenz in der Schule, Bd.1 : Recherche und Empfehlungen. Gütersloh: Bertelsmann Stiftung.

Diesbergen, Clemens (2012). Wann ist eine Lernaufgabe konstruktivistisch? Zum Umgang mit den Bezeichnungen „konstruktivistisch“ und „Konstruktivismus“ im lehr-lerntheoretischen Kontext. In S. Keller & U. Bender (Hrsg.), Aufgabenkulturen: Fachliche Lernprozesse herausfordern, begleiten, reflektieren (46–61). Seelze: Kallmeyer.

Downs, Stephen (2005). E-learning 2.0. elearn Magazine. http://elearnmag.acm.org/featured.cfm?aid=1104968 [24.01.2013].

Drollinger-Vetter, Barbara (2011). Verstehenselemente und strukturelle Klarheit: Fachdidaktische Qualität der Anleitung von mathematischen Verstehensprozessen im Unterricht. Münster: Waxmann.

Ebner, Martin, Sandra Schön, & Walther Nagler (2011). Einführung - Das Themenfeld „Lernen und Lehren mit Technologie“. In M. Ebner & S. Schön (Hrsg.), L3T Lehrbuch für Lernen und Lehren mit Technolgie (9–22). Berlin: epubli GmbH.

Eder, Ferdinand (2002). Fähigkeits- und Leistungsunterschiede auf der Sekundarstufe I. In F. Eder, G. Grogger, & J. Mayr (Hrsg.), Sekundarstufe I: Probleme - Praxis - Perspektiven (1. Aufl., 135.157). Innsbruck: Studienverlag.

Erpenbeck, John (2010). Kompetenz - Eine begriffliche Erklärung. In V. Heyse, J. Erpenbeck, & S. Ortmann (Hrsg.), Grundstrukturen menschlicher Kompetenzen: Praxiserprobte Konzepte und Instrumente (13–20). Münster: Waxmann.

Europäische Kommission (2001). Einen europäischen Raum des lebenslangen Lernens schaffen. Brüssel: Kommission der europäischen Gemeinschaften. http://eur-lex.europa.eu/LexUriServ/LexUriServ.do?uri=COM:2001:0678:FIN:DE:PDF [04.08.2012].

Faulstich-Wieland, Hannelore (2010). Mädchen und Jungen im Unterricht. In A. Buholzer & A. Kummer-Wyss (Hrsg.), Alle gleich - alle unterschiedlich!: Zum Umgang mit Heterogenität in Schule und Unterricht (16–27). Zug: Klett und Balmer.

Fend, Helmut (1995). Von Systemmerkmalen des Schulsystems zur Qualität des Unterrichts und Lernens in Schulklassen. Mehrebenenanalytische Konzepte der Qualität des Bildungswesens. In U. P. Trier (Hrsg.), Wirksamkeitsanalyse von Bildungssystemen. NFP 33. Symposium Bern (182–195). Aarau: Schweizerische Koordinationsstelle für Bildungsforschung.

Gorman, Peter (1979). Pythagoras: a life. London: Routledge & Kegan.

Guldimann, Titus (2010). Lernen verstehen und eigenständiges Lernen fördern. In A. Buholzer & A. Kummer-Wyss (Hrsg.), Alle gleich - alle unterschiedlich!: Zum Umgang mit Heterogenität in Schule und Unterricht (109–121). Zug: Klett und Balmer.

Häcker, Thomas (2011). Vielfalt der Portfoliobegriffe. In I. Brunner, T. Häcker, & F. Winter (Hrsg.), Das Handbuch Portfolioarbeit: Konzepte - Anregungen - Erfahrungen aus Schule und Lehrerbildung (4. Auflage., 33–39). Seelze-Velber: Kallmeyer.

Hasselhorn, Marcus (1992). Metakognition und Lernen. In F. Nold (Hrsg.), Lernbedingungen und Lernstrategien: welche Rolle spielen kognitive Verstehensstrukturen? (35–63). Tübingen: Narr. http://www.pedocs.de/volltexte/2012/2001/ [10.10.2012].

Herbart, Johann Friedrich (1843). J. F. Herbart's kleinere philosophische Schriften und Abhandlungen. (G. Hartenstein, Hrsg.) (Bd. 2). Leipzig: F. A. Brockhaus.

Heron (1976). Heronis Alexandrini opera quae supersunt omnia IV. (J. L. Heidberg, Hrsg.) (1976. Aufl.). Stuttgart: Teubner Verlag.

Himpsl, Klaus, & Peter Baumgartner (2009). Evaluation von E-Portfolio-Software - Teil III des MVWF-Abschlussbericht „E-Portfolio an Hochschule" (Forschungsbericht No. GZ 51.700/0064-VII/10/2006). Krems: Departement für Interaktive Medien und Bildungsgechnologie, Donau Universität Krems.

Hoehn, Alfred, & Martin Huber (2005). Pythagoras. Erinnern Sie sich?: Faszinierendes aus Geometrie, Zahlentheorie und Kulturgeschichte. Zürich: Orell Fuessli.

Hohl, Walter, Heini Möckli, Bruno Egli, & Heinz Schild (2000). Geometrie 2: 8. Schuljahr. Zürich: Lehrmittelverlag des Kantons Zürich.

Ingenkamp, Karlheinz, & Urban Lissmann (1997). Lehrbuch der pädagogischen Diagnostik (4. Auflage.). Weinheim: Beltz.

Jank, Werner, & Hilbert Meyer (2002). Didaktische Modelle: Buch (10. Auflage.). Berlin: Cornelsen Scriptor.

Jonassen, David H. (2000). Toward a design theory of problem solving. Ecucational Thechology Research and Evelopment, 48(4), 63–85.

Kalz, Marco, Sandra Schön, Martin Lindner, Detlev Roth, & Peter Baumgartner (2011). Systeme im Einsatz: Lernmanagement, Kompetenzmanagement und PLE. In M. Ebner & S. Schön (Hrsg.), Lehrbuch für Lernen und Lehren mit Technologien (111–118). Berlin: epubli GmbH.

Kanton St. Gallen (1983, Januar 13). Volksschulgesetz des Kantons St. Gallen. http://www.gallex.ch/gallex/2/fs213.1.html [15.01.2013].

Kanton Zürich (2005). Volksschulgesetz (VSG). Zürich. http://www2.zhlex.zh.ch/appl/zhlex_r.nsf/0/A468C2C68F917A72C1257ABD004B0D8A/$file/412.100_7.2.05_79.pdf [16.01.2013].

Kappus, Elke-Nicole (2010). Umgang mit migrationsbedingter Heterogenität. In A. Buholzer & A. Kummer-Wyss (Hrsg.), Alle gleich - alle unterschiedlich!: Zum Umgang mit Heterogenität in Schule und Unterricht (63–76). Zug: Klett und Balmer.

Keller, Franz, Brigitte Bollmann, Christian Rohrbach, & René Schelldorfer (2012a). Mathematik 2 Themenbuch. Zürich: Lehrmittelverlag Zürich.

Keller, Franz, Brigitte Bollmann, Christian Rohrbach, & René Schelldorfer (2012b). Mathematik 2 Handbuch. Zürich: Lehrmittelverlag Zürich.

Keller, Stefan (2012). Mit Lernaufgaben „überfachliche Kompetenzen“ erwerben. In S. Keller & U. Bender (Hrsg.), Aufgabenkulturen: Fachliche Lernprozesse herausfordern, begleiten, reflektieren (34–45). Seelze: Kallmeyer.

Kerres, Michael (2012). Mediendidaktik: Konzeption und Entwicklung mediengestützter Lernangebote (3. vollständig überarbeitete Auflage.). München: Oldenbourg.

Kerres, Michael, & Claudia de Witt (2003). A didactical framework for the design of blended learning arrangements. Journal for Educational Media, 28, 101–114.

Krause, Ulrike-Marie, & Robin Stark (2005). Vorwissen aktivieren. In H. Mandl & H. F. Friedrich (Hrsg.), Handbuch Lernstrategien (38–49). Göttingen: Hogrefe.

Lipowsky, Frank (2009). Unterricht. In E. Wild & J. Möller (Hrsg.), Pädagogische Psychologie. Berlin: Springer.

Maor, Eli (2010). The Pythagorean Theorem: A 4,000-Year History (3. Auflage.). Princeton: Princeton University Press.

Mayer, Richard E. (2005). Multimedia Learning (7. Auflage.). Cambridge: Cambridge University Press.

Medienpädagogischer Forschungsverbund Südwest (hrsg.) (2012). JIM 2012 - Jugend, Information, (Multi-)Media. Stuttgart: Landesanstalt für Kommunikation Baden-Württemberg.

Niegemann, Helmut M., Steffi Domagk, Silvia Hessel, & Alexandra Hein (2008). Kompendium multimediales Lernen (1. Aufl.). Berlin: Springer.

O’Reilly, Tim (2005). What Is Web 2.0 - Design Patterns and Business Models for the Next Generation of Software. http://oreilly.com/web2/archive/what-is-web-20.html [03.01.2013].

Pauli, Christine, & Kurt Reusser (2000). Zur Rolle der Lehrperson beim kooperativen Lernen. Schweizerische Zeitschrift für Bildungswissenschaften, 22(3), 421–442.

Paulson, Leon F., Pearl R. Paulson, & Carol A. Meyer (1991). What Makes a Portfolio a Portfolio? Educational Leadership, 48(5), 60–63.

Pellegrino, James W., Naomi Chudowsky, & Robert Glaser (hrsg.) (2001). Knowing What Students Know: The Science and Design of Educational Assessment. Washington D.C.: The National Academies Press.

Petko, Dominik (2010). Neue Medien - Neue Lehrmittel? Potenziale und Herausforderungen bei der Entwicklung digitaler Lehr- und Lernmedien. Beiträge zur Lehrerbildung, 28(1), 42–52.

Piaget, Jean (2000). Psychologie der Intelligenz (10. Auflage.). Stuttgart: Klett-Cotta.

Prengel, Annedore (2006). Pädagogik der Vielfalt: Verschiedenheit und Gleichberechtigung in Interkultureller, Feministischer und Integrativer Pädagogik (3. Auflage.). Wiesbaden: VS Verlag für Sozialwissenschaften.

Projekt Lehrplan 21 (2012). Kompetenzaufbau. http://www.lehrplan.ch/kompetenzaufbau [28.11.2012].

Rauschenberger, Hans (2001). Differenz und Gleichheit im Schulunterricht. Vom allmählichen Wandel des egalitären Bildungsverständnisses. Die deutsche Schule, 93(3), 266–278.

Reinmann, Gabi (2008a). Selbstorganisation im Netz - Anstoss zum Hinterfragen implizierter Annahmen und Prämissen (Arbeitsbericht Nr. 18). Augsburg: Universität Augsburg, Medienpädagogik. http://opus.bibliothek.uni-augsburg.de/opus4/files/1272/imb_Arbeitsbericht_18.pdf [28.12.2012].

Reinmann, Gabi (2008b). Lehren als Wissensarbeit? Persönliches Wissensmanagement mit Weblogs. Information Wissenschaft und Praxis, 59(1), 49–57.

Reinmann, Gabi (2011a). Studientext Didaktisches Design. http://lernen-unibw.de/sites/default/files/studientext_dd_mai12.pdf [20.12.2012].

Reinmann, Gabi (2011b). Didaktisches Design - Von der Lerntheorie zur Gestaltungsstrategie. In M. Ebner & S. Schön (Hrsg.), Lehrbuch für Lernen und Lehren mit Technologien (93–102). Berlin: epubli GmbH.

Reinmann, Gabi, & Martin J. Eppler (2007). Wissenswege. Methoden für das persönliche Wissensmanagement. Bern: Huber.

Reinmann, Gabi, & Silvia Sippel (2010). Königsweg oder Sackgasse? E-Portfolios für das forschende Lernen. In T. Meyer, K. Mayrberger, S. Münte-Goussar, & C. Schwalbe (Hrsg.), Kontrolle Und Selbstkontrolle: Zur Ambivalenz von E-Portfolios in Bildungsprozessen (Medienbildung und Gesellschaft) (185–202). Wiesbaden: VS Verlag für Sozialwissenschaften.

Reiss, Kristina, & Matthias Reiss (2006). Unterrichtsqualität und der Mathematikunterricht. In I. Hosenfeld (Hrsg.), Schulische Leistung (225–242). Münster: Waxmann.

Reusser, Kurt (2005). Problemorientiertes Lernen–Tiefenstruktur, Gestaltungsformen, Wirkung. Beiträge zur Lehrerbildung, 23(2), 159–182.

Reusser, Kurt (2006). Konstruktivismus - vom epistemologischen Leitbegriff zur Erneuerung der didaktischen Kultur. In M. Baer, M. Fuchs, K. Reusser, & H. Wyss (Hrsg.), Didaktik auf psychologischer Grundlage: Von Hans Aeblis kognitionspsychologischer Didaktik zur modernen Lehr- und Lernforschung (151–168). Bern: h.e.p.

Riedweg, Christoph (2002). Pythagoras: Leben, Lehre, Nachwirkung: eine Einführung. München: Beck.

Rihm, Thomas (2011). Täuschen oder vertrauen? Hinweise für einen kritischen Umgang mit Portfolios. In I. Brunner, T. Häcker, & F. Winter (Hrsg.), Das Handbuch Portfolioarbeit: Konzepte - Anregungen - Erfahrungen aus Schule und Lehrerbildung (4. Auflage., 53–59). Seelze: Kallmeyer.

Ruf, Urs (2008a). Das dialogische Lernmodell. In U. Ruf, S. Keller, & F. Winter (Hrsg.), Besser lernen im Dialog: Dialogisches Lernen in der Unterrichtspraxis (13–23). Seelze-Velber: Kallmeyer.

Ruf, Urs (2008b). Das Dialogische Lernmodell vor dem Hintergrund wissenschaftlicher Theorien und Befunde. In U. Ruf, S. Keller, & F. Winter (Hrsg.), Besser lernen im Dialog: Dialogisches Lernen in der Unterrichtspraxis (233–270). Seelze-Velber: Kallmeyer.

Ruf, Urs, & Peter Gallin (2011a). Dialogisches Lernen in Sprache und Mathematik, Band 1: Austausch unter Ungleichen (4. Auflage.). Seelze-Velber: Kallmeyer.

Ruf, Urs, & Peter Gallin (2011b). Dialogisches Lernen in Sprache und Mathematik, Band 2: Spuren legen, Spuren lesen (4. Auflage.). Seelze-Velber: Kallmeyer.

Salmon, Gilly (2004). E-tivities: Der Schlüssel zu aktivem Online-Lernen. Zürich: Orell Füssli.

Schneider, Wolfgang (1994). Zur Entwicklung des Meta-Gedächtnisses bei Kindern. Zeitschrift für Entwicklungspsychologie und Pädagogische Psychologie, XXVI(1), 71–78.

Schratz, Michael, & Marlies Krainz-Dürr (2003). Es ist normal, verschieden zu sein. Journal für Schulentwicklung, 7(4), 4–7.

Schulmeister, Rolf (2011). Hypertext - Geschichte, System, Strukturmerkmale und Werkzeug. In M. Ebner & S. Schön (Hrsg.), Lehrbuch für Lernen und Lehren mit Technologien (31–44). Berlin: epubli GmbH.

Seel, Norbert M. (2000). Psychologie des Lernens: Lehrbuch für Pädagogen und Psychologen. München: E. Reinhardt.

Siemens, George (2004). Connectivism: A Learning Theory for the Digital Age. http://www.elearnspace.org/Articles/connectivism.htm [19.01.2013].

Slavin, Robert E. (1995). Cooperative learning: theory, research, and practice. Boston: Allyn and Bacon.

Smith, Frederick James (1913, Juni 9). The evolution of the motion picture. The New York Dramatic Mirror, 24. New York.

Specht, Marcus, & Martin Ebner (2011). Mobiles und ubiquitäres Lernen - Technologien und didaktische Aspekte. In M. Ebner & S. Schön (Hrsg.), Lehrbuch für Lernen und Lehren mit Technologien (175–182). Berlin: epubli GmbH.

Süss, Daniel, Gregor Waller, & Isabel Willemse (2010). James - Jugend, Aktivitäten, Medien - Erhebung Schweiz. Zürich: Zürcher Hochschule für Angewandte Wissenschaften. www.psychologie.zhaw.ch/JAMES [03.01.2013].

Süss, Daniel, Gregor Waller, & Isabel Willemse (2012). James-Studie 2012: Jugend, Aktivitäten, Medien - Erhebung Schweiz (Erste Ergebnisse). www.psychologie.zhaw.ch/JAMES [03.01.2013].

Tergan, Sigmar-Olaf (2002). Hypertext und Hypermedia: Konzeption, Lernmöglichkeiten, Lernprobleme und Perspektiven. In L. J. Issing & P. Klimsa (Hrsg.), Information und Lernen mit Multimedia und Internet: Lehrbuch für Studium und Praxis (3. vollständig überarbeitete Auflage., 99–112). Weinheim: Beltz.

Tesar, Michael u. a. (2011). Interaktive, multimediale Materialien, Gestaltung von Materialien zum Lernen und Lehren. In M. Ebner & S. Schön (Hrsg.), Lehrbuch für Lernen und Lehren mit Technologien (77–84). Berlin: epubli GmbH.

TIMSS (1997). TIMSS- Mathematisch-naturwissenschaftlicher Unterricht im internationalen Vergleich: Zusammenfassung deskriptiver Ergebnisse. Berlin: Max-Planck-Institut für Bildungsforschung.

Traub, Silke (2010). Kooperativ lernen. In A. Buholzer & A. Kummer-Wyss (Hrsg.), Alle gleich - alle unterschiedlich!: Zum Umgang mit Heterogenität in Schule und Unterricht (138–150). Zug: Klett und Balmer.

Vollrath, Hans-Joachim, & Jürgen Roth (2011). Grundlagen des Mathematikunterrichts in der Sekundarstufe (2. Auflage.). Heidelberg: Spektrum Akademischer Verlag.

Vygotskij, Lev Semenovic (2002). Denken und Sprechen: Psychologische Untersuchungen. (J. Lompscher & G. Rückriem, Hrsg.). Weinheim: Beltz.

Wagenschein, Martin (2010). Verstehen lehren: Genetisch - Sokratisch - Exemplarisch (2. Auflage.). Weinheim: Beltz.

Weinert, Franz E. (1997). Notwendige Methodenvielfalt. Lernmethoden - Lehrmethoden. Wege zur Selbständigkeit, Friedrich Jahresheft (Bd. XV, 50–52). Seelze: Friedrich.

Weinert, Franz E. (1998). Psychologische Theorienbildung auf dem pädagogischen Prüfstand. Zeitschrift für pädagogische Psychologie, 12(4), 205–209.

Wellenreuther, Martin (2010). Lehren und Lernen - aber wie?: Empirisch-experimentelle Forschungen zum Lehren und Lernen im Unterricht (5. Auflage.). Baltmannsweiler: Schneider Verlag Hohengehren.

Wenning, Norbert (2008). Scheitern inklusive? Wider ein unbedachtes Eingliedern. Sonderpädagogische Förderung heute, 53(4), 375–389.

Winter, Felix (2011). Leistungsbewertung: Eine neue Lernkultur braucht einen anderen Umgang mit den Schülerleistungen (4. Auflage.). Baltmannsweiler: Schneider Verlag Hohengehren.

Abbildungsverzeichnis

Abbildung 1: Didaktisches Dreieck (vgl. Jank & H. Meyer 2002:55) und Kategorialmodell (vgl. Baumgartner 2011:105) 11

Abbildung 2: Revision der Bloomschen Taxonomie nach Anderson und Krathwohl (2001) 20

Abbildung 3: Satz des Pythagoras (Flächenaspekt) 24

Abbildung 4: Überblick zum Aufbau der Lernumgebung 40

Abbildung 5: Ägyptische Seilspanner beim Feldmessen. Wandmalerei im Grab des Menna in: Theben um 1420 v. Chr. 41

Abbildung 6: Aufgabe am Beispiel der Kombination 3-4-5 44

Abbildung 7: Skizze zur Leiteraufgabe 45

Abbildung 8: Aufgabe Strecken im Koordinatennetz 46

Abbildung 9: Vorlage zum Ergänzungsbeweis 49

Abbildung 10: Lösungsskizze zum Ergänzungsbeweis 50

Abbildung 11: Skizze zum Scherungsbeweis 50

Abbildung 12: Skizze zum arithmetischen Beweis 51

Abbildung 13: Beispiele Rechnungsaufgaben 54

Abbildung 14: Soziale Organisation der Lernumgebung 57

Abbildung 15: Mögliche Grundlage für die Berechnung der Schlussnote 70

Abbildung 16: Vereinfachte Darstellung des Medieneinsatzes 71

Abbildung 17: Übersicht Gestaltung der Lernumgebung mit Neuen Medien 72

Abbildung 18: Drei Hauptbereiche der Lernumgebung in denen Neue Medien zum Einsatz kommen 73

Abbildung 19: Mögliche Strukturierung einer Phase der Lernumgebung im LMS 79

Abbildung 20: Verwendung von Hyperlink zur Gestaltung der Lernumgebung 81

Abbildung 21: Beispiel für Hilfe zu einer Aufgabe 81

Abbildung 22: Beispiel zum Einsatz verschiedener Medien 82

Abbildung 23: Beispiel für die Verwendung des Forums 83

Abbildung 24: Beispiel der Dokumentation mit Hilfe von Ausschnitten aus Skizzen 88

Abbildung 25: Beispiel zur Dokumentation des Lernprozesses mit Hypertext 89

Abbildung 26: Beispiel für Ausschnitt aus Zusammenfassung und Wissensnetz 90

Abbildung 27: Monologischer - Dialogischer Unterricht (vgl. Ruf 2008a:17+18) 91